

Corrigé fiche n° 1

Exercice 1

$$\begin{aligned}A &= x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2) ; \\B &= (x - 3)^2 - 2(x + 1)(x - 3) = (x - 3)(x - 3 - 2x - 2) = (x - 3)(-x - 5) ; \\C &= 3x^3 - 5x^2 = x^2(3x - 5) ; \\D &= (x - 2)^2 - 9 = (x - 2 - 3)(x - 2 + 3) = (x - 5)(x + 1) \\E &= (3x - 5)^2 - (2x + 7)^2 = (3x - 5 - 2x - 7)(3x - 5 + 2x + 7) = (x - 12)(5x + 2) \\F &= 5x^2 + 30x + 45 = 5(x^2 + 6x + 9) = 5(x + 3)^2 ; \\G &= 4(x - 2)^2 - 25(3x - 7)^2 = (2(x - 2) - 5(3x - 7))(2(x - 2) + 5(3x - 7)) \\&= (-13x + 31)(17x - 39)\end{aligned}$$

Exercice 2

$$\begin{aligned}1) x - 5 &= 3x + 2 \Leftrightarrow x - 3x = 2 + 5 \Leftrightarrow -2x = 7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} ; \\2) (x - 8)^2 - 4 &= 0 \Leftrightarrow (x - 8 - 2)(x - 8 + 2) = 0 \Leftrightarrow (x - 10)(x - 6) = 0 \Leftrightarrow \\&x = 10 \text{ ou } x = 6 \\3) (x - 7)(2x + 12) &= 0 \Leftrightarrow x = 7 \text{ ou } x = -6 \\4) x^2 + 8 &= 0 \text{ impossible} \\5) (x - 1)(3x + 7) - (x - 1)^2 &= 0 \Leftrightarrow (x - 1)(3x + 7 - x + 1) = 0 \\&\Leftrightarrow (x - 1)(2x + 8) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -4 \\6) x^2 - 5x &= x(x + 8) \Leftrightarrow x(x - 5 - x - 8) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \\7) (x - 5)^2 - (3x + 7)^2 &= 0 \Leftrightarrow (-2x - 12)(4x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = -6 \text{ ou } x = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Exercice 3

$$\begin{aligned}1) \frac{2x - 8}{3x + 7} &= 0 \Leftrightarrow 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \\2) \frac{5x - 7}{3x + 1} &= 1 \Leftrightarrow 5x - 7 = 3x + 1 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4 \\3) \frac{4x - 42}{x + 8} - 7 &= 0 \Leftrightarrow \frac{4x - 42 - 7x - 56}{x + 8} = 0 \Leftrightarrow -3x - 98 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{98}{3} \\4) \frac{x^2 - 5x}{7x - 1} &= 0 \Leftrightarrow x(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 5\end{aligned}$$

Exercice 4

On fait à chaque fois un tableau de signes après avoir factorisé :

$$\begin{aligned}1) (3x - 9)(2 - x) &\leq 0 : S =]-\infty; 2] \cup [3; +\infty[\\2) (2x + 3)(x - 8) &> 0 : S = \left] -\infty; -\frac{3}{2} \right[\cup]8; +\infty[\\3) (x - 2)(x + 2) - (x - 2)(x + 5) &\geq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(-3) \geq 0 \Leftrightarrow x - 2 \leq 0 : S =]-\infty; 2] \\4) (x^2 + 1)(3x - 12) &\leq 0 \Leftrightarrow 3x - 12 \leq 0 \text{ car } x^2 + 1 > 0 : S =]-\infty; 4]; \\5) \frac{4x - 12}{7 - x} > 0 : S &=]3; 7[; 6) \frac{(x - 3)(2 - x)}{(x^2 + 1)(3x - 18)} \geq 0 : S =]-\infty; 2] \cup [3; 6[\end{aligned}$$

Exercice 5

$$\begin{aligned}1) f(x) &= (x + 1)^2 - 4 = (x + 1 - 2)(x + 1 + 2) = (x - 1)(x + 3) \text{ factorisée .} \\f(x) &= (x + 1)^2 - 4 = x^2 + 2x + 1 - 4 = x^2 + 2x - 3 \text{ développée} \\2) f(x) &= 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -3 \\f(x) &< -4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 - 4 < -4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 < 0 : \text{ impossible} \\f(x) &> -3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 > -3 \Leftrightarrow x^2 + 2x > 0 \Leftrightarrow x(x + 2) > 0 : \\S &=]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[\text{ avec un tableau de signes .}\end{aligned}$$

Exercice 6

$$1) \frac{2x + 3}{x - 1} \leq \frac{x - 1}{2x + 3} \Leftrightarrow \frac{(2x + 3)^2 - (x - 1)^2}{(x - 1)(2x + 3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x + 4)(3x + 2)}{(x - 1)(2x + 3)} \leq 0 :$$

Corrigé fiche n° 1

$$S = \left[-4; -\frac{3}{2}\right] \cup \left[-\frac{2}{3}; 1\right]$$

$$2) (2x - 1)^2 - 3(2x - 1)(x + 2) \geq 7 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 - 6x^2 - 9x + 6 \geq 7$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 - 13x \geq 0 \Leftrightarrow x(-2x - 13) \geq 0 : S = \left[-\frac{13}{2}; 0\right]$$

Exercice 7

1) $x \geq 0$ équivaut à ($x > 0$ ou $x = 0$)

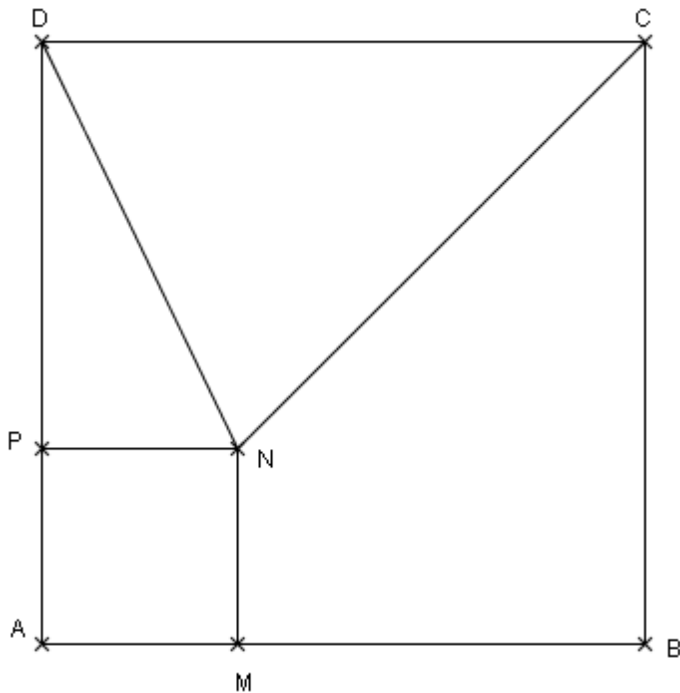
2) $(x - 1)(x - 2) \leq 0$ équivaut à ($x \geq 1$ et $x \leq 2$)

3) $xy > 0$ équivaut à ($x > 0$ et $y > 0$) ou ($x < 0$ et $y < 0$)

Exercice 8

$$1) 2x^2 ; 2) (2x)^2 ; 3) 2\left(\frac{1}{x^2}\right) ; 4) \frac{1}{2x^2}$$

Exercice 9



On a : $f(x) = x^2$;

$$g(x) = \frac{(20 - x) \times 20}{2} = 10(20 - x)$$

On doit donc résoudre :

$$\begin{aligned} x^2 + 10x - 200 &= 0 \Leftrightarrow (x + 5)^2 - 25 - 200 = 0 \Leftrightarrow (x + 5)^2 - 225 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x + 5 - 15)(x + 5 + 15) = 0 \Leftrightarrow (x - 10)(x + 20) = 0 \Leftrightarrow \\ &x = 10 \text{ ou } x = -20 \end{aligned}$$

Mais x est une longueur donc $x = 10$.