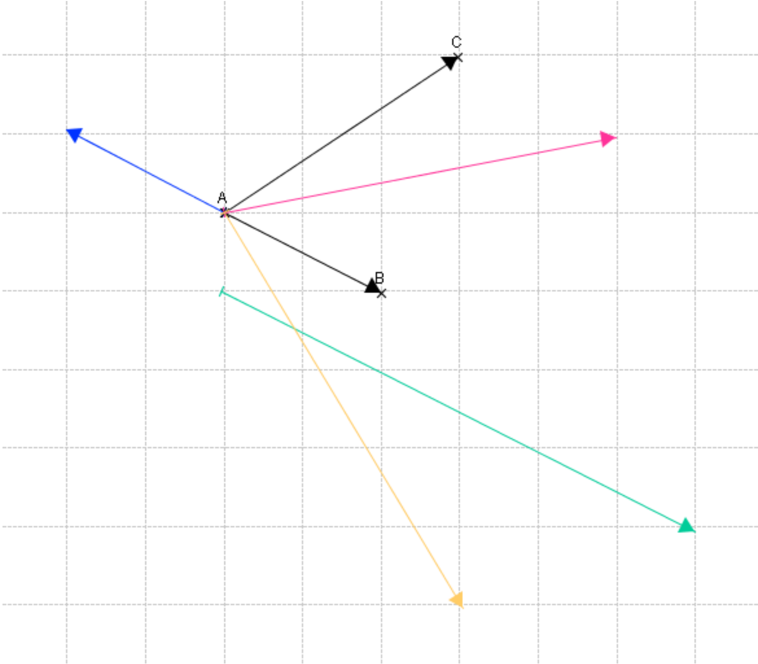
Corrigé 3

Exercice 1

$$-\overrightarrow{AB}\ \ en\ bleu\ \ ;\ 3\overrightarrow{AB}\ en\ vert\ \ ;\ \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\ en\ rose\ \ ;\ 2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}\ en\ orange$$



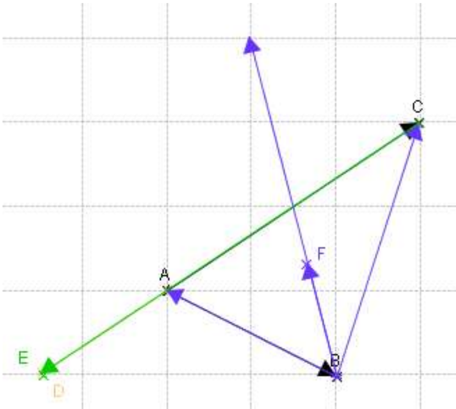
Exercice 2

$$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\ en\ orange\ ;$$

$$\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{AF}=\vec{0}\ \Leftrightarrow \overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\vec{0}\Leftrightarrow 3\,\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}$$

En bleu

$$\overrightarrow{CE}=3\overrightarrow{AE}\Leftrightarrow\overrightarrow{CE}=3\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{CE}\Leftrightarrow\overrightarrow{CE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CA}\ en\ vert$$



Exercice 3

1) On a :

$$K\left(\frac{-3+2}{2};\frac{3-1}{2}\right)\ donc\ K\left(-\frac{1}{2};1\right)\ et\ K'\left(\frac{4-5}{2};\frac{4-2}{2}\right),K'\left(-\frac{1}{2};1\right)$$

On remarque que K et K’ sont confondus donc [AC] et [BD] ont même milieu ce qui signifie que ABCD est un parallélogramme

2) On a :

$$OA=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2}\,;\ AB=\sqrt{(4-3)^2+(4+3)^2}=5\sqrt{2}\ et\ OB=4\sqrt{2}$$

On remarque que $OA^2 + OB^2 = AB^2$ donc OAB est rectangle en O .

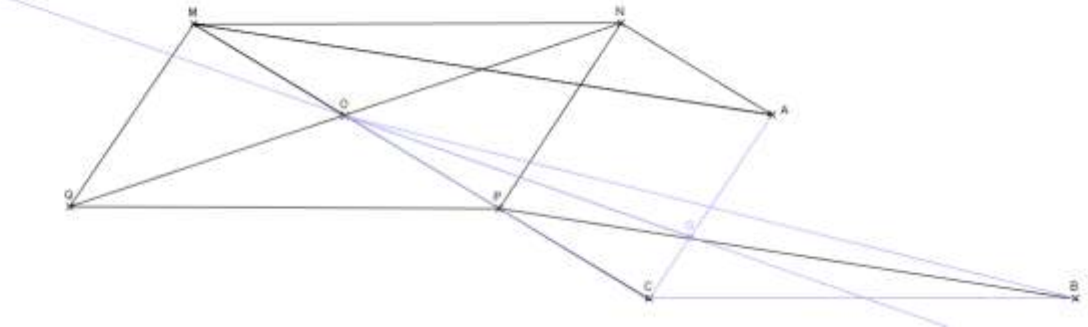
3) On a :

Corrigé 3

$$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 = 2(2+3)-(-5-4) \\ y-3 = 2(-1-3)-(-2-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 1 \end{cases}$$

Donc E(16 ;1)

Exercice 4



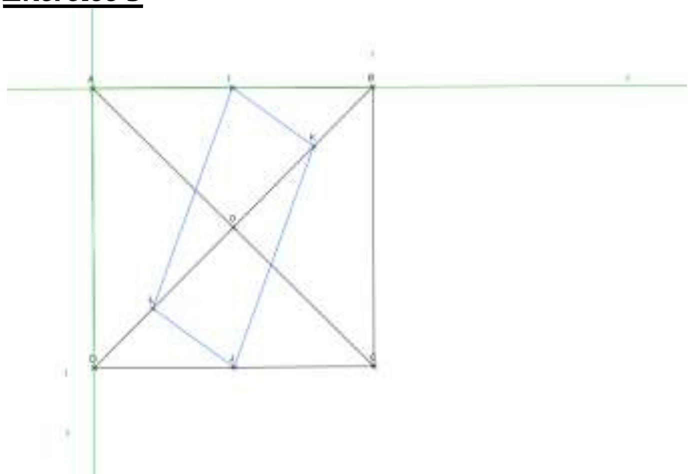
1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MO} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MP}$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{MP}$$

On a donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$ donc OCBA est un parallélogramme

2) OABC est un parallélogramme donc [OB] et [AC] se coupent en leur milieu donc (CA) est une médiane dans OBC . De plus , par construction , P est le milieu de [OC] puisque $\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{OP}$ donc (PB) est aussi une médiane de OBC .
3) Si (PB) et (AC) se coupent en G alors G est le centre de gravité de OBC et donc la troisième médiane (OG) coupe le côté opposé [BC] en son milieu .

Exercice 5



1) A(0,0) , B(1,0) , C(1,1) , D(0,1) , K(x,y) , I(0,5 ;0) J(0,5 ;1) , O(0,5 ;0,5)

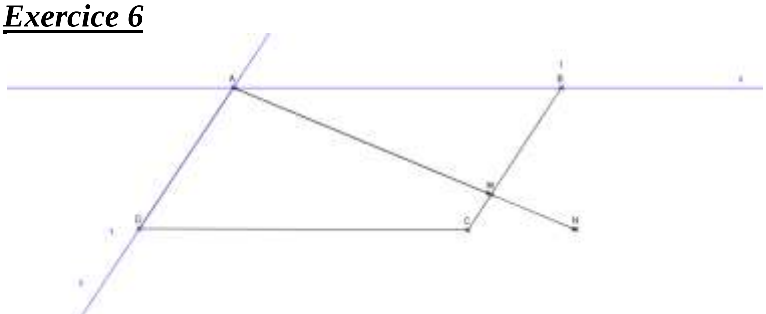
Puisque O est le milieu de [KL] on a donc :

$$\begin{cases} x_O = \dfrac{x_L + x}{2} \\ y_O = \dfrac{y_L + y}{2} \end{cases} donc \begin{cases} x_L = 1 - x \\ y_L = 1 - y \end{cases}$$

L(1-x ;1-y)

2) $\overrightarrow{IK}(x - 0{,}5; y)\ et\ \overrightarrow{LJ}(x - 0{,}5; y)$: $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{LJ}$ et donc IKJL est un parallélogramme .

Exercice 6



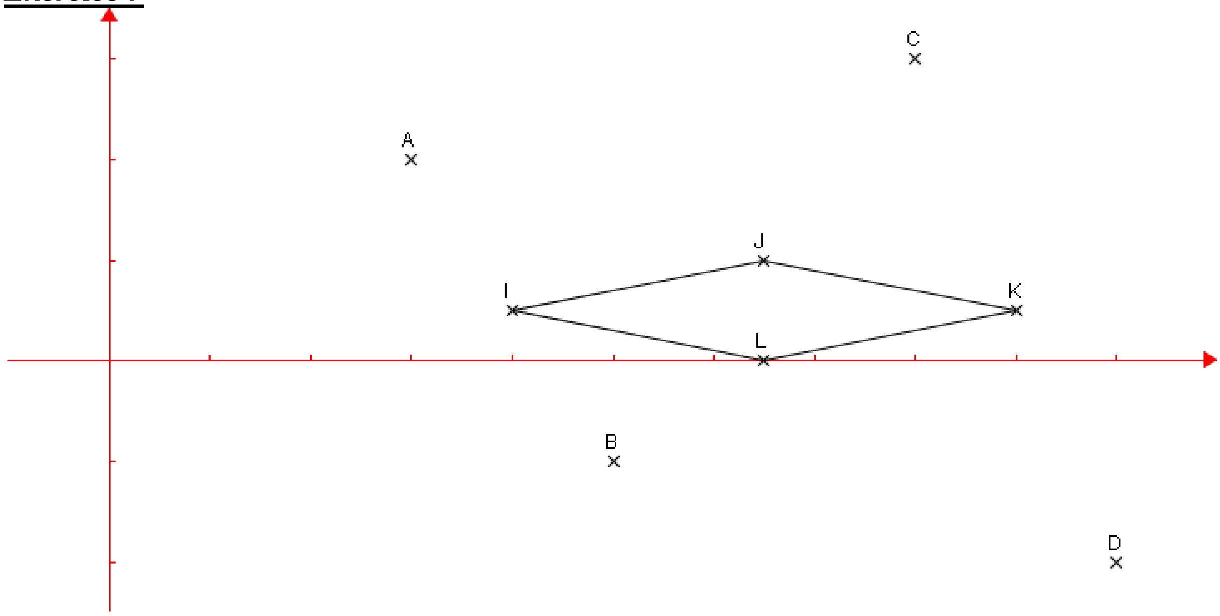
Dans le repère (A , B , D) : A(0,0) , B(1,0) , C(1,1) , D(0,1) , M(1 ;3/4)

Corrigé 3

$$\overrightarrow{AN} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AM}\ donc\ \begin{cases} x = \frac{4}{3}(1) = \frac{4}{3} \\ y = \frac{4}{3}\left(\frac{3}{4}\right) = 1 \end{cases}\ donc\ N\left(\frac{4}{3};1\right)$$

$$\overrightarrow{DC}(1;0)\ et\ \overrightarrow{DN}\left(\frac{4}{3};0\right) :\ les\ coordonnées\ sont\ proportionnelles\ , D\ , N\ et\ C\ alignés$$

Exercice 7



Il semble que IJKL soit losange . On calcule les coordonnées des milieux :

$$I\left(4;\frac{1}{2}\right)\ ;\ J\left(\frac{13}{2};1\right)\ , K\left(9;\frac{1}{2}\right)\ et\ L\left(\frac{13}{2};0\right)$$

$$\overrightarrow{IJ}\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right) = \overrightarrow{LK}\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)\ donc\ IJKL\ parallélogramme$$

$$IJ = \frac{\sqrt{26}}{2}\ et\ IL = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}\ donc\ IJ = IL$$

IJKL est un losange

Exercice 8

1) Si K est le milieu de [AB] alors AK + KB = AB
2) Si KA = KB alors K appartient à la médiatrice de [AB]
3) Si K milieu de [AB] alors KA = KB
4) Si KA = KB alors le triangle AKB est isocèle en K
5) Si K appartient à la médiatrice de [AB] alors KA = KB
6) Si le triangle AKB est isocèle en K alors KA = KB .

Exercice 9

On a : $\overrightarrow{OA}(3;5)\ et\ \overrightarrow{OB}(5;8)\ et\ 24 - 25 = -1$ donc O , A et B ne sont pas alignés

On note D(0 ;8) et C(0 ;5) .

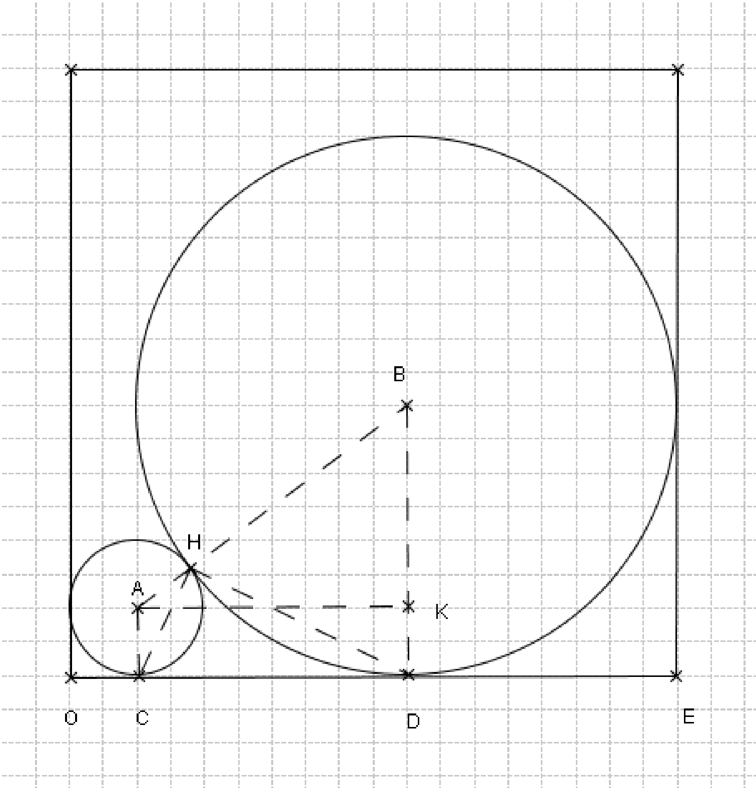
On a donc un triangle OAB : pour calculer son aire : on peut considérer le triangle OAB comme le reste du triangle OBD à qui on enlève le triangle OAC et le trapèze CABD .

Aire (OAB) = 20 – 7,5 – 12 = 0,5 cm²

Puisque I et J sont tels que OI = ½ OA et AJ = ½ AB alors les longueurs de AIJ sont divisées par 2 par rapport aux longueurs de OAB et son aire vaut le quart de celle de OAB c'est-à-dire 0,125 cm² .

Exercice 10

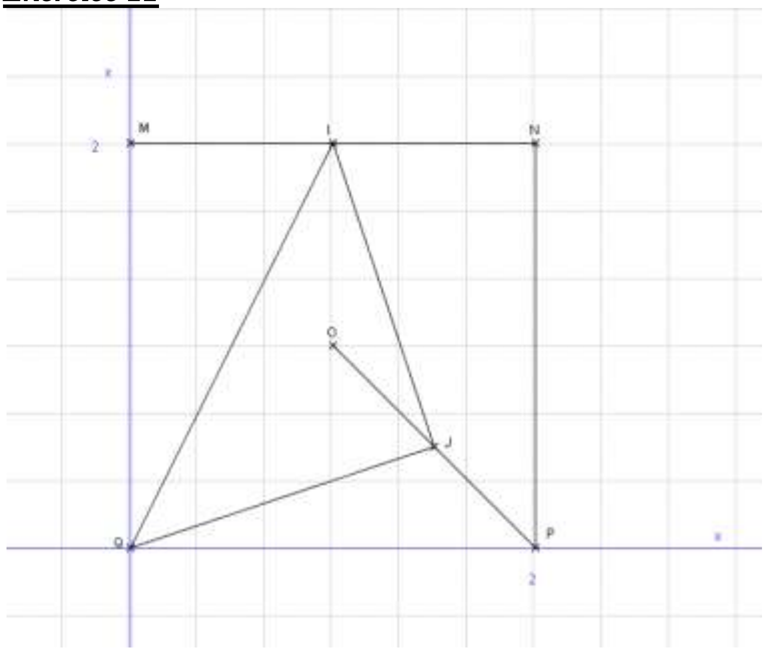
Corrigé 3



Soit x le rayon du cochonnet ; alors le rayon de la boule est 4x .

On a : OC = x , DE = 4x et il faudrait connaître CD .
A , H et B sont alignés si H est le point où les deux cercles sont tangents . KD = AC = x donc KB = 3x et AB = x + 4x = 5x .
Par Pythagore , on a donc :
$AK^2 = AB^2 - BK^2 = 16x^2$ donc AK = 4x . On a donc EO = 9x et puisque OE = 27 alors x = 3 et donc le cochonnet a un rayon de 3 cm et la boule de 12 cm .

Exercice 11



Dans le repère (Q , P , M) on a : Q(0,0) , O(1,1) , P(2,0) donc J(3/2 ;1/2) et I(1,2) .

$$IJ = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}\ ;\ QI = \sqrt{5}\ et\ QJ = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

Donc IJ = QJ et IJQ isocèle en J ; de plus $IJ^2 + QJ^2 = QI^2$ donc par la réciproque de Pythagore , QIJ rectangle en J .