Fiche 13 : Trigonométrie

Ce qu'il faut revoir

Le cours sur les angles , le radian , les valeurs remarquables , le cercle trigonométrique .

Exercices pour se remettre en route

Exercice 1

Convertir en radians : 45 °, 60° , 30° , 120° , 90°

Exercice 2

Placer sur un cercle trigonométrique les points ayant pour angle au centre :

$$A : \frac{\pi}{3} \;;\; B : -\frac{\pi}{6} \;;\; C : \frac{2\pi}{3} ;\; D : -\frac{11\pi}{6}$$

Placer sur un deuxième cercle trigonométrique les points ayant pour angle au centre :

$$E : \frac{\pi}{4} \;;\; F : -\frac{7\pi}{2} \;;\; G : -\frac{5\pi}{4}$$

Exercice 3

Compléter :

$$cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cdots \;;\; sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cdots \;;\; cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cdots$$

En déduire en s'aidant d'un cercle trigonométrique :

$$cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cdots \;;\; sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cdots \;;\; cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cdots$$

Exercice 4

Déterminer sin x sachant que :

$$cos\, x \;=\; -0{,}2 \;et\; x \in \left]\pi ; \frac{3\pi}{2}\right[$$

Exercices plus difficiles

Exercice 5

Soit x un nombre réel .

1) En remarquant que (cos x – sin x)² ≥ 0 , déduire que :

$$cosx \times sinx \leq \frac{1}{2}$$

2) De la même façon , montrer que :

$$-cosx \times sinx \leq \frac{1}{2}$$

3) En déduire :

$$-\frac{1}{2} \leq cosx \times sinx \leq \frac{1}{2}$$

L'équation cos x sin x = 1 a-t-elle une solution ?

Exercice 6

Soient f et g les fonctions définies sur $[0; 2\pi]$ par f(x) = cos(x) et g(x) = sin(x) .

1) Dresser un tableau de valeurs des fonctions f et g
2) Tracer dans un même repère les courbes de f et de g

Exercice 7

Soit ABC un triangle dont les trois sommets ont des angles aigus . On trace la hauteur issue de A et on appelle H le pied de cette hauteur . On note AB = c , AC = b , BC = a , AH = h .

1) Exprimer $sin\hat{C}\ et\ sin\hat{B}$ en fonction des longueurs de la figure
2) Exprimer l'aire de ABC à l'aide des longueurs de la figure
3) En déduire deux formules de l'aire de ABC en fonction de $sin\hat{C}\ et\ sin\hat{B}$
4) Démontrer la loi des sinus , c'est-à-dire :

$$\frac{b}{sin\hat{B}} = \frac{c}{sin\hat{C}}$$

Exercice 8

Dire si les phrases suivantes sont vraies ou fausses

1) Il existe un réel t tel que sin t = 0,9 et cos t = 0,4
2) Pour tout réel x , (cos x + sin x $)^2$ = 1
3) Il existe un réel x tel que (cos x + sin x $)^2$ = 1
4) Il n'existe pas de réel x tel que cos x = sin x
5) Pour tout réel x , sin(2x) = 2 sin x
6) Les réels suivants n'ont pas le même point image sur le cercle trigonométrique :

$$\frac{5\pi}{3}\ et\ -\frac{\pi}{3}$$

7) $sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) = -sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

8) $sin\frac{9\pi}{7} = -sin\frac{2\pi}{7}$

Exercice 9

En s'aidant d'un cercle trigonométrique et en traçant proprement les angles , exprimer plus simplement :

$$cos(\pi + x)\ ;\ cos(\pi - x)\ ;\ sin(\pi + x)\ ;\ sin(\pi - x)\ ;$$
$$cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right);\ cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\ ;\ sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right);\ sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$