

Ce qu'il faut revoir

Les fonctions , les factorisations , les tableaux de signes ; les intervalles .

Des exercices pour se remettre en route

Exercice 1

Déterminer les intervalles correspondants :

- 1) $] -\infty; 2[\cap] 1; 5[$
- 2) $[-5; 0] \cup [-1; 1[$
- 3) $] -5; 2] \cap] 2; +\infty[$
- 4) $[0; 3] \cup] 3; 7]$
- 5) $] -\infty; 4] \cup [-2; 0[$

Exercice 2

Déterminer l'intervalle correspondant aux phrases suivantes :

- 1) L'ensemble des réels x tels que $x \geq -3$ et $x \leq 7$
- 2) L'ensemble des réels x tels que $x < 5$ ou $x \leq 8$
- 3) L'ensemble des réels x tels que $x > 2$ ou $x \leq 0$
- 4) L'ensemble de tous les réels non nuls .

Exercice 3

On donne la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$$

- 1) Quel est le domaine de définition de f ?
- 2) Tracer la courbe de la fonction f sur $[-2 ; 4]$
- 3) Résoudre graphiquement $f(x) = 0$. Résoudre algébriquement $f(x) = 0$
- 4) Graphiquement , discuter selon les valeurs de m le nombre de solutions de $f(x) = m$.

Exercice 4

Soit f la fonction définie par : $f(x) = (8 - x)(x - 9)$

- 1) Dresser le tableau de valeurs de f sur $[-10 ; 10]$; tracer la courbe de f .
- 2) Dresser le tableau de variations de f
- 3) Résoudre algébriquement $f(x) < 0$
- 4) Donner la forme canonique de f .

Des exercices plus difficiles

Exercice 5

Soit ABC un triangle isocèle rectangle en A tel que $AB = 4$ cm et soit I le milieu de $[AC]$. On considère un point quelconque M de $[AB]$. On appelle N le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par M et de (BC) . On pose $BM = x$.

- 1) Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
- 2) Exprimer en fonction de x la fonction f qui à x associe l'aire du trapèze $AMNI$.
- 3) Conjecturer l'aire maximale de $AMNI$ puis démontrer votre conjecture et déterminer x pour lequel cette aire maximale est atteinte .

Exercice 6

Une entreprise produit et commercialise x tonnes d'engrais chimiques pour l'agriculture (ne pouvant pas dépasser 13 tonnes)

On admet que le coût mensuel de production , exprimé en milliers d'euros , est donné par :

$$p(x) = 0,5x^3 - 7,5x^2 + 38x$$

L'entreprise vend 20 milliers d'euros chaque tonne d'engrais produite . On appelle $r(x)$ la recette mensuelle en milliers d'euros .

- 1) Exprimer $r(x)$ en fonction de x puis tracer dans un même repère les courbes de p et de r .
- 2) Résoudre graphiquement $r(x) > p(x)$ et interpréter ce résultat .
- 3) On appelle $B(x)$ le bénéfice mensuel , en milliers d'euros , réalisé par la production et la vente de x tonnes d'engrais . Exprimer $B(x)$ en fonction de x puis donner son expression factorisée . En déduire la résolution de $B(x) > 0$. Quelle est son interprétation ?
- 4) Conjecturer la valeur de x pour laquelle le bénéfice est maximal . (la méthode est laissée libre)

Exercice 7

Dans une entreprise , le salaire mensuel en euros , de chaque ouvrier dépend du nombre de salariés . Il est constitué d'une somme variable égale au produit du nombre d'ouvriers par 15 et d'une somme variable égale à une partie de la prime de 45 375 € qui est répartie équitablement entre tous les ouvriers .Actuellement , l'entreprise compte 50 ouvriers mais la direction envisage d'embaucher x ouvriers supplémentaires .

- 1) Quel est le salaire mensuel actuel de chacun des 50 ouvriers ?
- 2) Quel sera le nouveau salaire $s(x)$ de chaque ouvrier si on embauche x ouvriers supplémentaires ?
- 3) Tracer la courbe de s
- 4) Déterminer graphiquement le tableau de variations de s et déterminer graphiquement le nombre d'ouvriers supplémentaires qu'on peut embaucher pour que le salaire de chacun soit strictement supérieur au salaire actuel .

Un problème pour finir

Exercice 8

ABCD est un carré de côté x . On prolonge le côté [BC] de 3 cm et le côté [BA] de 2 cm , en partant de B . On obtient un rectangle BEFG .

- 1) Exprimer en fonction de x l'aire de ABCD , appelée f , et l'aire de BEFG , appelée g .
- 2) Conjecturer , à l'aide d'un logiciel ou de la calculatrice , la valeur de x pour laquelle l'aire de BEFG est égale au double de l'aire de ABCD .
- 3) Démontrer votre conjecture algébriquement