

Une belle étude avec des fonctions trigonométriques

Soit un demi-cercle de centre O et de rayon 1 . Soit [AB] un diamètre et soit D le point du demi-cercle qui se projette orthogonalement en O sur [AB] . On prend M un point de l'arc de cercle délimité par D et B . On note x la mesure en radians de l'angle $M\hat{A}B$

- 1) a) Montrer que x est dans l'intervalle $\left[0; \frac{\rho}{4}\right]$.
b) Montrer que $M\hat{O}B = 2x$
- 2) Soit I le milieu de [AM] et soit H le projeté orthogonal de M sur [AB] .
 - a) Montrer que AIO est un triangle rectangle .
 - b) Montrer que $\cos x = AI$ et $\cos 2x = OH$.
 - c) Montrer que $AH = AM \cos x$ et en déduire que $AH = 2 \cos^2 x$.
- 3) Déduire de la question précédente que pour tout x de $\left[0; \frac{\rho}{4}\right]$, $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$
- 4) a) Montrer que $MH = \sin 2x$ et que $MH = AM \sin x$.
b) En déduire que pour tout x de $\left[0; \frac{\rho}{4}\right]$, $\sin 2x = 2 \cos x \sin x$
- 5) On donne $\cos x = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ avec x dans $\left[0; \frac{\rho}{4}\right]$. Calculer $\cos 2x$ et en déduire x
- 6) On donne $\cos x = \frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4}$ avec x dans $\left[0; \frac{\rho}{4}\right]$. Calculer $\cos 2x$ et en déduire x .