Notion de vecteurs

Notions

- Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par sa direction , la droite (AB) , son sens , de A vers B et sa norme , notée $\|\overrightarrow{AB}\|$ qui correspond à la longueur AB .
- On appelle origine de $\overrightarrow{AB}$ le point A et extrémité du vecteur $\overrightarrow{AB}$ le point B .
- Deux vecteurs sont égaux si et seulement s'ils ont même direction , même sens et même norme .
- ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- I est milieu de [AB] si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
- Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé vecteur nul et se note $\overrightarrow{0}$
- Le vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur de même direction , de même norme mais de sens opposé . On le note $\overrightarrow{BA}$ ou $-\overrightarrow{AB}$
- Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Repères

- On appelle base $(\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$, deux vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ qui n'ont pas la même direction . .
- $(\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$est une base orthonormée si les directions des vecteurs sont perpendiculaires et si la norme des vecteurs est égale à 1 .
- On appelle repère orthonormé tout triplet $(O;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ avec $(\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ une base orthonormée . L'axe des abscisses est la droite direction de $\overrightarrow{i}$ et l'axe des ordonnées est la droite direction de $\overrightarrow{j}$. O est l'origine du repère .

Formules

- Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B - x_A; y_B - y_A)$

- Si $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x';y')$ alors : $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{v} \iff x = x'$ et $y = y'$

- Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$. Alors la distance $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

- Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$. Alors le milieu du segment [AB] a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2};\dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$

- Si $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x';y')$ alors : $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}(x + x'; y + y')$

- $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{v} + \overrightarrow{u}$

- $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) + \overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w})$

- $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{u}$

- $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{(-u)} = \overrightarrow{0}$

- $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{(-v)}$

- Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur et soit k un réel . Le vecteur obtenu $k\overrightarrow{u}$ a même direction que $\overrightarrow{u}$, même sens si $k > 0$, sens contraire si $k < 0$ et pour norme $|k| \times ||\overrightarrow{u}||$

- Si $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x';y')$ alors : $k\overrightarrow{u}(kx;ky)$

- $k(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = k\overrightarrow{u} + k\overrightarrow{v}$

- $(k + k')\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{u} + k'\overrightarrow{u}$

- $k(k'\overrightarrow{u}) = kk'\overrightarrow{u}$

Colinéarité

- On dit que deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement s'il existe k réel tel que $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$
- (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires
- Les points A , B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires .
- Soient $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x';y')$. On appelle déterminant de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$, et on note $det(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ ou $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$ le nombre $xy' - x'y$
- Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si $det(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = 0$