

## Corrigé DS n° 3

### Exercice 1      7 points

1) a) Solution particulière  $(u,v) = (1,1)$ . On a donc :

$8(x - u) = 5(y - v)$  ; 8 divise  $5(y - v)$  mais puisque 8 et 5 sont premiers entre eux , par le théorème de Gauss , 8 divise  $(y - v)$  . Il existe donc k entier relatif tel que  $y = 1 + 8k$  . On remplace :  $8(x - u) = 5(8k)$  donc  $x - u = 5k$  et  $x = 1 + 5k$  .

Réciproquement :  $8(1 + 5k) - 5(1 + 8k) = 8 - 5 = 3$  donc les solutions sont :

$(1 + 5k ; 1+8k)$  , k entier relatif    2 points

b) On a :  $m = 8p + 1 = 5q + 4$  donc  $8p - 5q = 3$  et  $(p,q)$  est solution de (E)    1 point

On a donc :  $p = 1 + 5k$  et  $m = 8(1 + 5k) + 1 = 9 + 40k \equiv 9[40]$     1 point

c) On doit résoudre :  $9 + 40k > 2000$  donc  $k > 49,8$  donc  $k = 50$  et  $m = 2009$     1 point

2)  $2^3 = 8 \equiv 1[7]$  donc  $2^{3k} \equiv 1[7]$  et  $2^{2009} = 2^{3 \times 669 + 2} = 2^{3 \times 669} \times 2^2 \equiv 1 \times 4 \equiv 4[7]$   
1 + 1 points

### Exercice 2      7 points

1)  $(1 ; -9)$     1 point

2) Il suffit de multiplier la solution précédente par 412 :  $(412 ; -3708)$     1 point

3) On a :  $91(x - 412) = 10(-3708 - y)$  et 91 divise  $10(-3708 - y)$  mais 91 et 10 sont premiers entre eux donc par le théorème de Gauss , 91 divise  $-3708 - y$  et il existe k entier relatif tel que :  $-3708 - y = 91k$  et  $y = -3708 - 91k$  . On remplace ce qui donne :  $x = 412 + 10k$  .

Réciproquement :  $91(412 + 10k) + 10(-3708 - 91k) = 412$

Les solutions sont donc :  $(412 + 10k ; -3708 - 91k)$     2 points

4)  $3^2 = 9 \equiv 1[8]$  donc  $3^{2n} \equiv 1[8]$  et  $3^{2n} - 1 \equiv 1 - 1 \equiv 0[8]$  et donc 8 divise  $A_n$   
2 points

5) On doit résoudre :  $728x + 80y = 3296$  ; on peut simplifier par 8 par ce qui précède ce qui donne :  $91x + 10y = 412$  et on retrouve les solutions de 3)    1 point

### Exercice 3      6 points

1) Si x est solution du système alors ,  $x = 5 + 7u = 3 + 13v$  d'où :  $7u - 13v = -2$     2 points

2) Solution particulière :  $(m,n) = (-4, -2)$

Rédaction abrégée :  $7(u - m) = 13(v - n)$  , 7 divise  $v - n$  par Gauss :  $v = -2 + 7k$  . On remplace :  $u = -4 + 13k$  .

Réciproque : OK

**Corrigé DS n° 3**

Solutions (  $-4 + 13k$  ;  $-2 + 7k$  ) *3 points*

On a donc  $x = 5 + 7u = 5 + 7(-4 + 13k) = -23 + 91k$  . *1 point*