

Corrigé DM n° 10

Sujet D page 158

$$1) f'_n(x) = -n - \ln x - x \times \frac{1}{x} = -n - \ln x - 1$$

$$2) a) \text{ la tangente est parallèle à } (Ox) \Leftrightarrow f'(a) = 0 \Leftrightarrow \ln a = -n - 1 \Leftrightarrow a = e^{-n-1}$$

$$b) f_n(e^{-n-1}) = -ne^{-n-1} - e^{-n-1} \ln e^{-n-1} = -ne^{-n-1} - (-n-1)e^{-n-1} = e^{-n-1}$$

Donc A_n sur la droite d'équation $y = x$

$$3) a) f_n(x) = 0 \Leftrightarrow -nx - x \ln x = 0 \Leftrightarrow -x(n + \ln x) = 0 \Leftrightarrow n + \ln x = 0 \Leftrightarrow x = e^{-n}$$

$$b) \text{ coeff directeur } = f'_n(e^{-n}) = -n - 1 + n = -1$$

Exercice 128 page 159

$$1) a) f'(x) = 2(a \ln^2 x + b \ln x + c) + 2x \left(\frac{2a \ln x}{x} + \frac{b}{x} \right) \\ = 2a \ln^2 x + (4a + 2b) \ln x + 2b + 2c$$

$$b) f' \left(\frac{1}{e} \right) = f'(\sqrt{e}) = 0 \text{ et } f'(e) = 4$$

$$c) \begin{cases} 2a \ln^2 \frac{1}{e} + (4a + 2b) \ln \frac{1}{e} + 2b + 2c = 0 \\ 2a \ln^2 \sqrt{e} + (4a + 2b) \ln \sqrt{e} + 2b + 2c = 0 \\ 2a \ln^2 e + (4a + 2b) \ln e + 2b + 2c = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 4a - 2b + 2b + 2c = 0 \\ \frac{1}{2}a + 2a + b + 2b + 2c = 0 \\ 2a + 4a + 2b + 2b + 2c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c - a = 0 \\ 5a + 6b + 4c = 0 \\ 3a + 2b + c = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ 3a + 2b = 0 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ b = -3 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = 2x(2 \ln^2 x - 3 \ln x + 2)$$

$$2) a) f'(x) = 4 \ln^2 x + 2 \ln x - 2 = 2(2 \ln^2 x + \ln x - 1) = 2(2 \ln x - 1)(\ln x + 1)$$

$$b) 2 \ln x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \sqrt{e} \text{ et } \ln x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{e}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{e}$	\sqrt{e}	$+\infty$			
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)			$\frac{14}{e}$		$2\sqrt{e}$		$+\infty$