

## Corrigé DM n° 8

### Exercice 195 page 229

Partie A

1) a) 1 est solution

$$\begin{aligned} b) (z-1)(z-2-2i)(az+b) &= (z^2-3z-2iz+2+2i)(az+b) \\ &= az^3 + (b-3a-2ia)z^2 + (2a+2ia-3b-2ib)z + 2b+2ib \end{aligned}$$

En identifiant :  $a=1$  et  $b=-1+i$

$$2) z=1 \text{ ou } z=2+2i \text{ ou } z=1-i$$

Partie B

$$2) \left| \frac{2+2i}{1-i} \right| = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2; \arg\left(\frac{2+2i}{1-i}\right) = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$$

OBC est donc rectangle en O

3) (OA) est une bissectrice de OBC ; en effet :

$$(\vec{u}; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{4} \text{ et } (\vec{u}; \overrightarrow{OC}) = -\frac{\pi}{4}$$

$$4) a) d = (1-i)(1+i) = 2$$

$$b) \overrightarrow{OB}(2; 2), \overrightarrow{CD}(1; 1)$$

Donc (OB) et (CD) parallèles, de plus (OB) et (BC) perpendiculaires donc OCDB trapèze rectangle

### Exercice 198 page 229

$$\sqrt{6} - i\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2} \right) = 2\sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{6}} \text{ donc } (\sqrt{6} - i\sqrt{2})^n = (2\sqrt{2})^n e^{-\frac{in\pi}{6}}$$

Ce nombre est réel si  $\arg(z) = k\pi$

$$\frac{n\pi}{6} = k\pi \Leftrightarrow n = 6k$$

Il faut donc prendre les multiples de 6

### Exercice 199 page 229 ( erreur affixe centre -1/2)

$$MNP \text{ rectangle en } P \Leftrightarrow (\overrightarrow{PM}; \overrightarrow{PN}) = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \arg\left(\frac{z^2 - z^3}{z - z^3}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{z - z^2}{1 - z^2}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{z(1-z)}{(1-z)(1+z)}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \arg\left(\frac{z}{1+z}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow (\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{OM}) = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

M est sur le cercle de diamètre [OA] avec A(-1 ; 0) donc cercle de centre (-1/2 ; 0) et de rayon 1/2