Corrigé DM n° 3

Exercice 195 page 229

Partie A

1) a) 1 est solution

$$b)\ (z-1)(z-2-2i)(az+b) = (z^2-3z-2iz+2+2i)(az+b)$$
$$= az^3 + (b-3a-2ia)z^2 + (2a+2ia-3b-2ib)z + 2b + 2ib$$

En identifiant : a = 1 et b = - 1 + i

$$2)\ z = 1\ ou\ z = 2+2i\ ou\ z = 1-i$$

Partie B

$$2)\ \left|\frac{2+2i}{1-i}\right| = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\ ;\ arg\left(\frac{2+2i}{1-i}\right) = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$$

OBC est donc rectangle en O

3) (OA) est une bissectrice de OBC ; en effet :

$$\left(\vec{u};\overrightarrow{OB}\right) = \frac{\pi}{4}\ et\ \left(\vec{u};\overrightarrow{OC}\right) = -\frac{\pi}{4}$$

$$4)\ a)\ d = (1-i)(1+i) = 2$$

$$b)\ \overrightarrow{OB}(2;2)\ , \overrightarrow{CD}(1;1)$$

Donc (OB) et (CD) parallèles , de plus (OB) et (BC) perpendiculaires donc OCDB trapèze rectangle

Exercice 198 page 229

$$\sqrt{6} - i\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{2}e^{\frac{-i\pi}{6}}\ donc\ \left(\sqrt{6}-i\sqrt{2}\right)^n = \left(2\sqrt{2}\right)^n e^{\frac{-in\pi}{6}}$$

Ce nombre est réel si arg(z) = $k\pi$

$$\frac{n\pi}{6} = k\pi \Leftrightarrow n = 6k$$

Il faut donc prendre les multiples de 6