

Enoncé pour les loups

On définit sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ la fonction $f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

1. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et en déduire d'éventuelles asymptotes
2. Etudier les variations de f
3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 .
4. Montrer que f est π -périodique.
5. Montrer que f est impaire .
6. Tracer la courbe de f sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$. Comment peut-on tracer cette courbe sur $\left]\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right[$?

Enoncé pour les lions

Exercice 1

En mettant de côté les problèmes d'existence , on pose $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$. Montrer :

1. $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$
2. $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$
3. $\tan x = \frac{2t}{1-t^2}$

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ par $f(x) = 2\sin x + \tan x - 3x$.

1. Calculer $f'(x)$
2. Déterminer les solutions de $2X^3 - 3X^2 + 1 = 0$
3. En déduire les variations de f .
4. Démontrer que pour tout x de $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$, on a : $2\sin x + \tan x \geq 3x$