

- (a) Montrer que, pour tout entier naturel n , $3n^3 - 11n + 48$ est divisible par $n + 3$.
(b) Montrer que, pour tout entier naturel n , $3n^2 - 9n + 16$ est un entier naturel non nul.

- Montrer que, pour tous les entiers naturels non nuls a , b et c , l'égalité suivante est vraie :

$$\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(bc - a ; b).$$

- Montrer que, pour tout entier naturel n , supérieur ou égal à 2, l'égalité suivante est vraie :

$$\text{PGCD}(3n^3 - 11n ; n + 3) = \text{PGCD}(48 ; n + 3).$$

- (a) Déterminer l'ensemble des diviseurs entiers naturels de 48.
(b) En déduire l'ensemble des entiers naturels n tels que $\frac{3n^3 - 11n}{n + 3}$ soit un entier naturel.