

# DS n° 2 Mathématiques

## EXERCICE 1

10 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

Les points A, B et C ont pour affixes respectives  $a = -4$ ,  $b = 2$  et  $c = 4$ .

- On considère les trois points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  d'affixes respectives  $a' = ja$ ,  $b' = jb$  et  $c' = jc$  où  $j$  est le nombre complexe  $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
  - Donner la forme trigonométrique et la forme exponentielle de  $j$ .  
En déduire les formes algébriques et exponentielles de  $a'$ ,  $b'$  et  $c'$ .
  - Les points A, B et C ainsi que les cercles de centre O et de rayon 2, 3 et 4 sont représentés sur le graphique fourni en **Annexe**.  
Placer les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  sur ce graphique.
- Montrer que les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  sont alignés.
- On note M le milieu du segment  $[A'C]$ , N le milieu du segment  $[C'C]$  et P le milieu du segment  $[C'A]$ .  
Démontrer que le triangle MNP est isocèle.

## EXERCICE 2

10 points

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3 000 cétacés dans cette réserve au 1<sup>er</sup> juin 2017. Il est inquiet car il sait que le classement de la zone en « réserve marine » ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés de cette réserve devient inférieur à 2 000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel, chaque année :

- entre le 1<sup>er</sup> juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve marine ;
- entre le 1<sup>er</sup> novembre et le 31 mai, la réserve subit une baisse de 5 % de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui précède.

On modélise l'évolution du nombre de cétacés par une suite  $(u_n)$ . Selon ce modèle, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  désigne le nombre de cétacés au 1<sup>er</sup> juin de l'année 2017 +  $n$ . On a donc  $u_0 = 3 000$ .

- Justifier que  $u_1 = 2 926$ .
- Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,95u_n + 76$ .
- À l'aide d'un tableur, on a calculé les 8 premiers termes de la suite  $(u_n)$ . Le directeur a configuré le format des cellules pour que ne soient affichés que des nombres arrondis à l'unité.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
2	$u_n$	3 000	2 926	2 856	2 789	2 725	2 665	2 608	2 553

Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C2 afin d'obtenir, par recopie vers la droite, les termes de la suite  $(u_n)$  ?

- Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \geq 1 520$ .

- 
- b.** Démontrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante.
- 5.** On désigne par  $(v_n)$  la suite définie par, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $v_n = u_n - 1\,520$ .
- a.** Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme.
- b.** En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 1\,480 \times 0,95^n + 1\,520$ .
- c.** Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .
- 6.** Recopier et compléter l'algorithme suivant pour déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés présents dans la réserve marine sera inférieur à 2 000.

$n \leftarrow 0$
$u \leftarrow 3\,000$
Tant que ...
$n \leftarrow \dots$
$u \leftarrow \dots$
Fin de Tant que

La notation «  $\leftarrow$  » correspond à une affectation de valeur, ainsi «  $n \leftarrow 0$  » signifie « Affecter à  $n$  la valeur 0 ».

- 7.** La réserve marine fermera-t-elle un jour ? Si oui, déterminer l'année de la fermeture.