

DS n° 2 Mathématiques

EXERCICE 1

10 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Les points A, B et C ont pour affixes respectives $a = -4$, $b = 2$ et $c = 4$.

- On considère les trois points A' , B' et C' d'affixes respectives $a' = ja$, $b' = jb$ et $c' = jc$ où j est le nombre complexe $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 - Donner la forme trigonométrique et la forme exponentielle de j .
En déduire les formes algébriques et exponentielles de a' , b' et c' .
 - Les points A, B et C ainsi que les cercles de centre O et de rayon 2, 3 et 4 sont représentés sur le graphique fourni en **Annexe**.
Placer les points A' , B' et C' sur ce graphique.
- Montrer que les points A' , B' et C' sont alignés.
- On note M le milieu du segment $[A'C]$, N le milieu du segment $[C'C]$ et P le milieu du segment $[C'A]$.
Démontrer que le triangle MNP est isocèle.

EXERCICE 2

10 points

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3 000 cétacés dans cette réserve au 1^{er} juin 2017. Il est inquiet car il sait que le classement de la zone en « réserve marine » ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés de cette réserve devient inférieur à 2 000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel, chaque année :

- entre le 1^{er} juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve marine ;
- entre le 1^{er} novembre et le 31 mai, la réserve subit une baisse de 5 % de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui précède.

On modélise l'évolution du nombre de cétacés par une suite (u_n) . Selon ce modèle, pour tout entier naturel n , u_n désigne le nombre de cétacés au 1^{er} juin de l'année 2017 + n . On a donc $u_0 = 3 000$.

- Justifier que $u_1 = 2 926$.
- Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,95u_n + 76$.
- À l'aide d'un tableur, on a calculé les 8 premiers termes de la suite (u_n) . Le directeur a configuré le format des cellules pour que ne soient affichés que des nombres arrondis à l'unité.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7
2	u_n	3 000	2 926	2 856	2 789	2 725	2 665	2 608	2 553

Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C2 afin d'obtenir, par recopie vers la droite, les termes de la suite (u_n) ?

- Démontrer que, pour tout entier naturel n , $u_n \geq 1 520$.

-
- b.** Démontrer que la suite (u_n) est décroissante.
- 5.** On désigne par (v_n) la suite définie par, pour tout entier naturel n ,
 $v_n = u_n - 1\,520$.
- a.** Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme.
- b.** En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 1\,480 \times 0,95^n + 1\,520$.
- c.** Déterminer la limite de la suite (u_n) .
- 6.** Recopier et compléter l'algorithme suivant pour déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés présents dans la réserve marine sera inférieur à 2 000.

$n \leftarrow 0$
$u \leftarrow 3\,000$
Tant que ...
$n \leftarrow \dots$
$u \leftarrow \dots$
Fin de Tant que

La notation « \leftarrow » correspond à une affectation de valeur, ainsi « $n \leftarrow 0$ » signifie « Affecter à n la valeur 0 ».

- 7.** La réserve marine fermera-t-elle un jour ? Si oui, déterminer l'année de la fermeture.