

DS 2 : 5 décembre 2016

Spécialité Maths

1. Calculer : $(1 + \sqrt{6})^2$, $(1 + \sqrt{6})^4$, $(1 + \sqrt{6})^6$.
2. Soit n un entier naturel non nul. On note a et b les entiers naturels tels que :

$$(1 + \sqrt{6})^n = a_n + b_n\sqrt{6}.$$

- a. Que valent a_1 et b_1 ?
- b. D'après les calculs de la question 1., donner les valeurs de a_4 , b_4 , a_6 et b_6
- c. Calculer a_{n+1} et b_{n+1} en fonction de a_n et b_n .
- d. Démontrer que, si 5 divise $a_{n+1} + b_{n+1}$, alors 5 divise $a_n + b_n$.
- e. Démontrer par récurrence que, quel que soit n entier naturel non nul, 5 ne divise pas $a_n + b_n$.
- f. On note d un diviseur commun de a_{n+1} et b_{n+1} . Démontrer que, si a_n et b_n sont premiers entre eux, alors $d = 1$
- g. Démontrer par récurrence que, quel que soit n entier naturel non nul, a_n et b_n sont premiers entre eux.
- h. Que peut-on en déduire pour 847 et 342 ?