Exercice 1 (10 points)
Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au millième si nécessaire.

Partie A

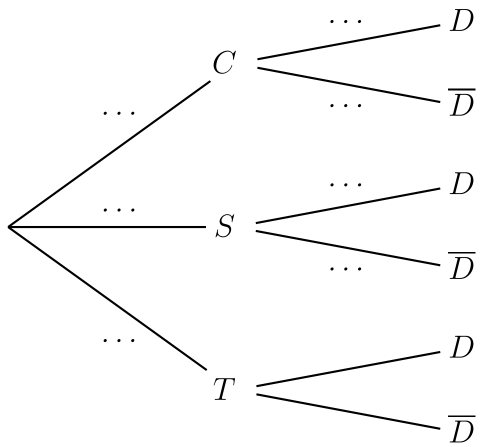
Une scierie produit des planches en chêne, en sapin ou en bois de hêtre pour fabriquer des parquets massifs. Il existe deux qualités de planche : les planches déclassées (de moins bonne qualité) et les planches de premier choix (de qualité supérieure). On sait que:

- *20 % des planches produites sont en chêne,*
- *66 % des planches sont en sapin,*
- *les autres sont en bois de hêtre.*

De plus, 46 % des planches en chêne sont déclassées et 25 % des planches en sapin sont déclassées.
On choisit une planche au hasard dans la production de la scierie, et on définit les évènements suivants :

- C*: la planche est en chêne ;*
- S*: la planche est en sapin ;*
- T*: la planche est en bois de hêtre*
- D*: la planche est déclassée .*

1. (a) *À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de* $p(C)$, $p_C(D)$ *et* $p_S(D)$.
   (b) *On représente la situation par l'arbre suivant. Recopier l'arbre et compléter les pointillés.*



2. *Calculer la probabilité que la planche soit en chêne et déclassée.*

3. *On sait que la scierie produit 32 % de planches déclassées.*
   Montrer que $p(T \cap D) = 0,063$.

Partie B

On choisit un lot de 10 *planches au hasard, et on suppose que le nombre de planches déclassées dans ce lot peut être modélisé par une variable aléatoire* X *qui suit la loi binomiale de paramètres* $n = 10$ *et* $p = 0,32$.

1. *Calculer* $p(X = 4)$ *et interpréter le résultat.*

2. *Calculer la probabilité qu'au moins une planche du lot soit déclassée.*

Exercice 2 (10 points)
On considère la fonction f *deux fois dérivable sur l'intervalle [1 ; 4], définie par :*

$$f(x) = -x^2 + 4x - 5 + 6\ln(x).$$

1. *On note* f' *la fonction dérivée de* f *sur l'intervalle [1 ; 4].*

   (a) *Montrer que pour tout* x *appartenant à l'intervalle [1 ; 4], on a :*

   $$f'(x) = \frac{-2x^2 + 4x + 6}{x}.$$

   (b) *Dresser le tableau de signe de* f' *sur l'intervalle [1 ; 4].*

   (c) *En déduire le tableau de variation de* f *sur l'intervalle [1 ; 4]. On arrondira les valeurs des images si nécessaire au millième.*

2. (a) *Montrer que l'équation* $f(x) = 0$ *admet une unique solution* α *dans l'intervalle [1 ; 4].*
   Donner un encadrement de α *d'amplitude* 10^{-2}.

   (b) *En déduire le signe de la fonction* f *sur l'intervalle [1 ; 4].*