

**Exercice 1 (10 points)**

**Partie A**

Chaque jour avant de partir s'entraîner, un groupe de cyclistes s'intéresse à l'indice mesurant la qualité de l'air. Il peut prendre les trois valeurs suivantes : mauvais, correct ou bon.

Une étude statistique a permis d'obtenir les résultats suivants :

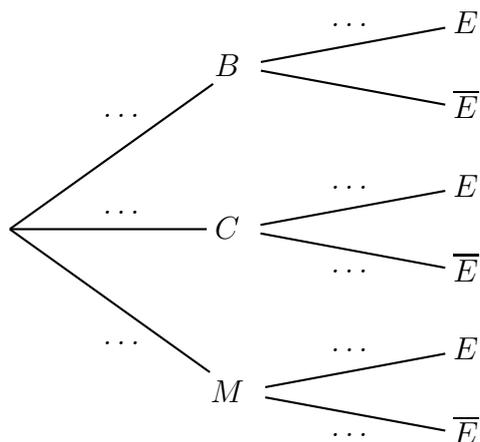
- dans 54 % des cas, l'indice mesurant la qualité de l'air est bon ; dans 41 % des cas. il est correct ; le reste du temps, l'indice est mauvais.
- si l'indice est bon, dans 90 % des cas le groupe de cyclistes part s'entraîner. , si l'indice est correct, il y a une chance sur deux pour que le groupe de cyclistes parte s'entraîner.
- si l'indice est mauvais, dans 80 % des cas le groupe de cyclistes ne part pas s'entraîner,

On choisit un jour au hasard. On considère les évènements suivants:

- $B$ : L'indice mesurant la qualité de l'air est bon ;
- $C$ : L'indice mesurant la qualité de l'air est correct ;
- $M$ : L'indice mesurant la qualité de l'air est mauvais ;
- $E$ : Le groupe de cyclistes s'entraîne.

Pour tout évènement  $E$ , on note  $\bar{E}$  l'évènement contraire de  $E$ .

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Définir par une phrase l'évènement  $B \cap E$  et calculer sa probabilité.

3. Montrer que la probabilité que le groupe de cyclistes s'entraîne est égale à 0,701.

### **Partie B**

Pour se protéger les jours où l'indice mesurant la qualité de l'air est mauvais, 30 % des cyclistes du groupe décident de s'équiper de masques de protection.

On choisit au hasard 5 cyclistes dans ce groupe. On suppose que le nombre de cyclistes dans ce groupe est suffisamment grand pour assimiler ce choix à un tirage successif avec remise.

On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de cyclistes qui décident de s'équiper parmi les 5 cyclistes interrogés.

1. Montrer que  $X$  suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité qu'exactly deux cyclistes parmi les cinq interrogés décident de s'équiper.
3. Déterminer la probabilité qu'au moins un des cinq cyclistes interrogés décide de s'équiper.

### **Exercice 2 (10 points )**

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0,5 ; 9]$  par

$$f(x) = 4 \ln(x) + 5 - 2x.$$

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

1. Montrer que l'on a, pour tout réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0,5 ; 9]$ ,  $f'(x) = \frac{2(2-x)}{x}$ .
2. (a) Étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 9]$ .  
(b) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 9]$ ,
3. (a) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 9]$ .  
(b) Donner à l'aide la calculatrice un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude 0,01.