

Exercice 1 (10 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Tous les ans, au mois de septembre, Richard prélève 8,5 tonnes d'algues sur les plages de sa commune.

Au 1er septembre 2018, il y avait 230 tonnes d'algues sur ces plages.

Tous les ans, entre le 1er octobre et le 1er septembre suivant, la quantité d'algues sur ces plages augmente de 4 %.

On note u_n la quantité en tonnes d'algues présente sur les plages au 1er septembre de l'année 2018 + n . Ainsi, $u_0 = 230$.

1. Vérifier par le calcul que Richard disposera de 230,36 tonnes sur les plages au 1er septembre 2019.

On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,04 u_n - 8,84$.

2. Soit (v_n) la suite définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 221$.

(a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 1,04.

Préciser son premier terme.

(b) Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n .

(c) En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 221 + 9 \times 1,04^n$.

3. La quantité d'algues présentes sur ces plages dépassera-t-elle un jour 250 tonnes ? Si oui, préciser au bout de combien d'années cette quantité sera atteinte.

Partie B

Pour développer son entreprise, à partir du 1er septembre 2019, Richard a besoin de 10 % d'algues de plus que l'année précédente.

On rappelle qu'au 1er septembre 2018, il disposait de 230 tonnes d'algues et qu'il en avait consommé 8,5 tonnes en septembre 2018. Dans cette nouvelle situation, il disposera de 230,36 tonnes d'algues au 1er septembre 2019 et en utilisera 9,35 tonnes pendant ce mois.

Richard souhaite étudier la quantité d'algues sur les plages concernées pour les 16 prochaines années selon ce modèle.

Pour cela il rédige l'algorithme ci-contre.

```
A ← 230
B ← 8,5
Pour K allant de 1 à 16
  A ← (A - B) × 1,04
  B ← B × 1,1
Fin pour
```

1. Que représentent les variables A et B de l'algorithme?
2. Dans le tableau, on a obtenu différentes valeurs de A et B de l'algorithme. Compléter les lignes du tableau pour les valeurs de $K = 1$ et $K = 2$.

Arrondir les résultats au centième.

K	A	B
	230	8,5
1		
2		
3	228,35	11,31
4	225,72	12,44
5	221,80	13,69
6	216,44	15,06
7	209,43	16,56
8	200,58	18,22
9	189,66	20,04
10	176,40	22,05
11	160,53	24,25
12	141,73	26,68
13	119,65	29,34
14	93,92	32,28
15	64,11	35,51
16	29,75	39,06

3. Que peut conclure Richard pour 2034?

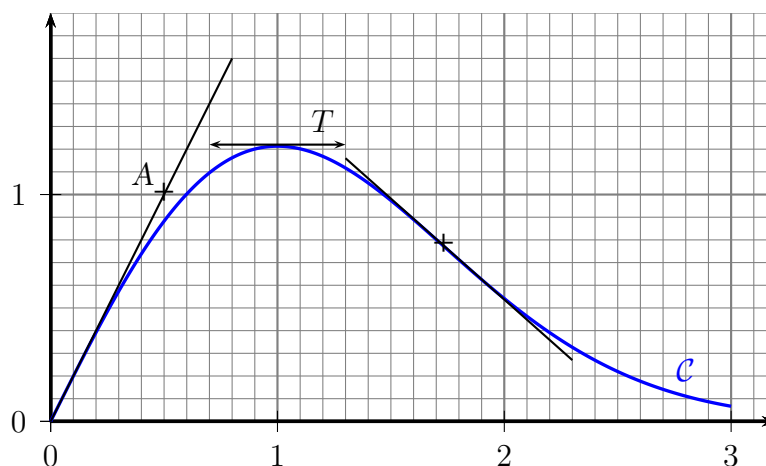
Exercice 2 (10 points)

Cet exercice comporte trois parties.

On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 3]$. On note f' la fonction dérivée de f .

La droite $\mathcal{D}$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 ; elle passe par le point A de coordonnées $(0,5 ; 1)$.

La tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



Partie A

Dans cette partie les réponses seront obtenues par lecture graphique.

1. Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$.
2. Donner la valeur de $f'(1)$.
3. Conjecturer les solutions de $f(x) \geq 1$

Partie B

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2xe^{-0,5x^2}.$$

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$
3. Quelle conséquence graphique peut-on en déduire ?
4. Montrer que $f'(x) = (2 - 2x^2)e^{-0,5x^2}$.
5. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variation.
6. Déterminer par le calcul une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 .

Partie C

En Europe, les observateurs d'une maladie nécessitant une hospitalisation considèrent qu'ils peuvent modéliser par cette fonction f l'évolution du nombre de lits occupés par des malades pendant les trois mois d'hiver.

Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 3]$, $f(x)$ représente le nombre de lits occupés, exprimé en million, à l'instant x , exprimé en mois.

Un journal affirme que cet hiver:

- le nombre de lits occupés lors du pic de la maladie a dépassé le million ;

Que dire de cette affirmation ?