DS 2 maths complémentaires terminale 18 novembre 2020

Exercice 1 (6 points)
Soit (u_n) *une suite définie par* $u_{n+1} = 3u_n - 4$ *et* $u_0 = 6$

1. *Déterminer c tel que* $c = 3c - 4$
2. *On pose* $v_n = u_n - 2$ *. Montrer que* (v_n) *est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison*
3. *Exprimer* v_n *en fonction de n*
4. *En déduire l'expression de* u_n *en fonction de n*
5. *En déduire la limite de* (u_n)

Exercice 2 (4 points)
Déterminer la limite des suites suivantes en justifiant:

1. $u_n = (n^2 + n)e^n$
2. $v_n = \dfrac{3n^2 + 4n - 5}{2n + 8}$
3. $w_n = \dfrac{3n^2 + 4}{4n^2 - 4}$
4. $t_n = n^3 - 4n^2 + 7n - 6$

Exercice 3 (10 points)
Partie A

Soit la fonction g définie par $g(x) = x^3 - 3x - 4$ *définie sur* $\mathbb{R}$

1. *Déterminer la limite de g en* $+\infty$
2. *Déterminer la limite de g en* $-\infty$
3. *Déterminer g'(x)*
4. *Dresser le tableau de variations de g*
5. *Montrer que l'équation* $g(x) = 0$ *a une unique solution a dans l'intervalle [1;3]*
6. *Donner un encadrement de a à 0,01 près*
7. *En déduire le signe de g en fonction des valeurs de x*

Partie B

Soit la fonction f définie sur $]1; +\infty[$*par* $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$

1. *Déterminer la limite de f en 1 . En déduire une conséquence graphique .*
2. *Déterminer la limite de f en* $+\infty$
3. *Montrer que* $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$
4. *En déduire le tableau de variations de f*