

Exercice 1 (10 points)

Une chaîne de production d'une usine fabrique des vêtements pour nourrissons. Une étude statistique a montré que :

- 12% des vêtements fabriqués ont un défaut dans la couleur,
- parmi les vêtements ayant un défaut dans la couleur, 20% ont un défaut dans la forme,
- parmi les vêtements n'ayant pas de défaut dans la couleur, 8% présentent un défaut dans la forme.

On appelle C l'évènement le vêtement présente un défaut dans la couleur et \overline{C} l'évènement contraire.

On appelle F l'évènement le vêtement présente un défaut dans la forme et \overline{F} l'évènement contraire.

Un employé choisit un vêtement au hasard, dans un lot de vêtements fabriqués et conformes à l'étude statistique ci-dessus.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le vêtement n'ait aucun défaut
3. Les employés de l'usine sont autorisés à acheter des vêtements à tarif préférentiel. L'un d'entre eux choisit au hasard trois vêtements. Le nombre de vêtements fabriqués est suffisamment grand pour considérer que les trois choix sont indépendants. On note X la variable aléatoire égale au nombre de vêtements sans défaut
 - (a) Quelle est la loi de probabilité de X
 - (b) Quelle est la probabilité pour qu'aucun de ces trois vêtements choisis ne présente de défaut ? Le résultat sera arrondi à 10^{-3} .

Exercice 2 (10 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; 6]$ par :

$$f(x) = 0,01xe^x - 0,01e^x - 2.$$

On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f .

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$. En déduire une conséquence graphique .
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$
3. Vérifier que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0 ; 6]$

$$f'(x) = 0,01xe^x.$$

4. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0 ; 6]$.

5. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α appartenant à l'intervalle $[4; 5]$.

Donner la valeur arrondie au dixième du nombre réel α .

6. Dédurre des résultats précédents le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]0 ; 6]$.