DS 3 maths complémentaires terminale 13 janvier 2021

Exercice 1 (10 points)
Grâce à un système de détecteur, une borne de péage automatique peut délivrer des tickets à deux hauteurs différentes selon le véhicule détecté afin que le conducteur ne soit pas obligé de sortir pour le saisir :

- *s'il s'agit d'une voiture, d'une moto ou d'une camionnette, le ticket sort en bas;*
- *s'il s'agit d'un camion, le ticket sort en haut.*

La société d'autoroute a modélisé le fonctionnement défectueux du détecteur de l'une de ces bornes :

- *lorsqu'un camion passe, il n'est correctement détecté que deux fois sur trois;*
- *lorsqu'un autre type de véhicule passe, son conducteur est contraint d'en sortir pour saisir son ticket une fois sur quatre.*

On estime qu'à cette borne de péage 60 % des véhicules sont des camions. On considère les évènements suivants :

- *C : Le véhicule qui se présente est un camion*
- *H : Le ticket sort en haut*
- *B : Le ticket sort en bas.*

1. *Construire un arbre probabiliste présentant la situation.*
2. *Montrer que la probabilité qu'un conducteur ne soit pas obligé de sortir de son véhicule pour saisir le ticket vaut $0,7$.*
3. *Trois véhicules se présentent l'un après l'autre à cette borne de péage défectueuse. On modélise cette situation comme un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire égale au nombre de conducteurs contraints de descendre de son véhicule*
   (a) *Déterminer la loi de probabilité de X*
   (b) *Calculer la probabilité qu'au moins l'un des conducteurs soit contraint de descendre de son véhicule pour saisir son ticket.*

Exercice 2 (10 points)
Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$ d'unité graphique 2 cm.

On s'intéresse dans cet exercice à la fonction f définie sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -1 + xe^x.$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$

DS 3 maths complémentaires terminale 13 janvier 2021

1. *Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.*
2. *Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$. Interpréter graphiquement cette limite.*
   (On rappelle le résultat: $\lim\limits_{x \to -\infty} x e^x = 0$)
3. *On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.*
   (a) *Montrer que, pour tout nombre réel x on a $f'(x) = (x+1)e^x$.*
   Dresser le tableau de variations de la fonction f (la valeur de l'extremum sera arrondie à 10^{-2}).
   (b) *Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle [0 ; 1].*
   (c) *Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.*