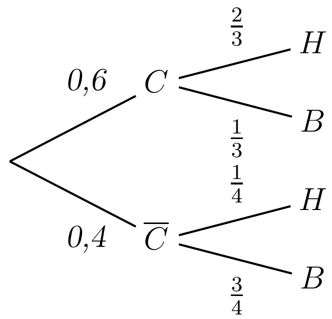
DS 3 maths complémentaires terminale 13 janvier 2021

Exercice 1 (10 points)

1.



2. *On calcule* $p(C \cap H) + p\left(\overline{C} \cap B\right) = 0,4 + 0,4 \times \frac{3}{4} = 0,4 + 0,3 = 0,7$.

3. *On a une épreuve de Bernoulli avec* $n = 3$ *et* $p = 1 - 0,7 = 0,3$ *probabilité de sortir de son véhicule.*

   X suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ *et* $p = 0,3$

   La probabilité qu'aucun des trois ne sorte du véhicule est $0,7^3 = 0,343$.

   Donc la probabilité qu'au moins l'un des conducteurs soit contraint de descendre de son véhicule pour saisir son ticket est égale à $1 - 0,343 = 0,657$.

Exercice 2 (10 points)

1. *Comme* $\lim\limits_{x\to+\infty} x = \lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$ *par produit de limites* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

2. *On sait que* $\lim\limits_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^x = 0$, *donc* $\lim\limits_{x\to-\infty} = -1$.

   Graphiquement ceci signifie que la droite horizontale dont une équation est $y = -1$ *est asymptote à* $\mathcal{C}$ *au voisinage de moins l'infini.*

1. $f'(x) = \mathrm{e}^x + x\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x(1+x) = (x+1)\mathrm{e}^x$. *Comme* $\mathrm{e}^x > 0$ *quel que soit le réel* x, *le signe de* $f'(x)$ *est celui de* $x + 1$.

   $f'(x) = 0 \iff x = -1$;

   $f'(x) > 0 \iff x > -1$; f *est croissante sur* $]-1\ ;\ +\infty[$;

   $f'(x) < 0 \iff x < -1$; f *est décroissante sur* $]-\infty\ ;\ -1[$.

   $f(-1) = -1 - 1\mathrm{e}^{-1} = -1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}} \approx -1,37$ *est le minimum de* f *sur* $\mathbb{R}$.

Sur l'intervalle [0 ; 1], f *est continue car dérivable, croissante de* $f(0) = -1$ *à* $f(1) = -1+\mathrm{e} \approx 1,718$ *; d'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe un réel unique de [0 ; 1],* α *tel que* $f(\alpha) = 0$.

La calculatrice donne :
$f(0,5) \approx -0,2$ *et* $f(0,6) \approx 0,09$, *donc* $0,5 < \alpha < 0,6$;
$f(0,56) \approx -0,02$ *et* $f(0,57) \approx 0,008$, *donc* $0,56 < \alpha < 0,57$.