

# DS 5 Terminale 11 janvier 2021

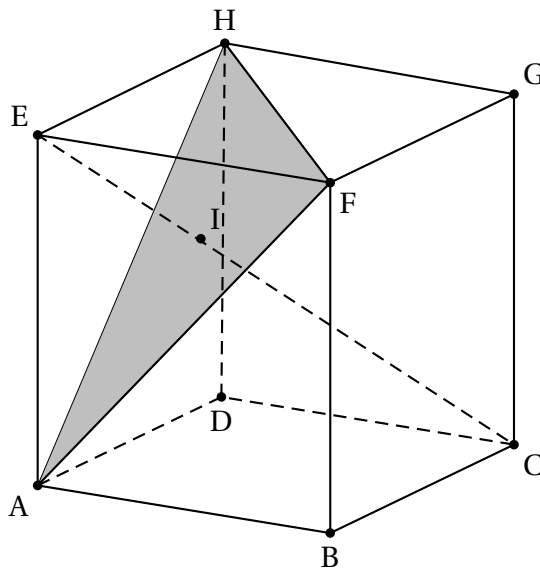
## Spécialité Mathématiques

### EXERCICE 1

10 points

On considère un cube  $ABCDEFGH$ , d'arête de longueur 1. On note  $I$  le point d'intersection de la droite  $(EC)$  et du plan  $(AFH)$ .

- On se place dans le repère  $(D ; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$ . On admet que  $I \left( \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right)$ 
  - Déterminer les coordonnées de  $A$ ,  $E$ ,  $H$ ,  $F$  et  $C$
  - Montrer que le point  $I$  est le projeté orthogonal du point  $E$  sur le plan  $(AFH)$ .
  - Calculer la distance du point  $E$  au plan  $(AFH)$
  - Démontrer que la droite  $(HI)$  est perpendiculaire à la droite  $(AF)$ .  
Que représente le point  $I$  pour le triangle  $AFH$ ?
- Calculer le volume du tétraèdre  $EHFA$
  - En déduire l'aire du triangle  $AFH$



### EXERCICE 2

10 points

On considère la fonction  $f$  définie  $]0 ; +\infty[$  par :

$$f(x) = x \ln x - 1.$$

- Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .
  - Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $0$ .
- Soit  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Calculer  $f'(x)$  pour tout réel  $x$  de  $]0 ; +\infty[$ .  
En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $]0 ; +\infty[$ .

- 
3. Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution dans  $]0; +\infty[$ . On note  $\alpha$  cette solution. Déterminer un encadrement de  $\alpha$  à la précision  $10^{-2}$ .
  4. Déterminer le signe de  $f(x)$  lorsque  $x$  appartient à  $]0; +\infty[$ .
  5. Montrer que  $\ln \alpha = \frac{1}{\alpha}$ .
  6. Etudier la convexité de  $f$ .