

1 Caractérisation des plans

Définition.

On appelle vecteur normal à un plan , tout vecteur orthogonal à ce plan .

Propriété.

Soit $\vec{n}(a; b; c)$ un vecteur normal d'un plan P . Alors M appartient au plan P si et seulement si ses coordonnées (x;y;z) vérifient une équation de la forme : $ax + by + cz + d = 0$ avec d constante . Une telle équation est appelée équation cartésienne .

Remarque.

Tout comme dans le plan , les plans d'un repère ont des équations cartésiennes particulières . Soit $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ un repère . Alors , $(O \vec{i} \vec{j})$ a pour équation $z = 0$, $(O \vec{i} \vec{k})$ a pour équation $y = 0$ et $(O \vec{j} \vec{k})$ a pour équation $x = 0$

2 Caractérisation des droites

2.1 Représentation paramétrique

Propriété.

Soit d une droite de vecteur directeur \vec{u} passant par un point A . Alors :

$$M(x; y; z) \in d \iff \begin{cases} x = x_A + kx_{\vec{u}} \\ y = y_A + ky_{\vec{u}} \\ z = z_A + kz_{\vec{u}} \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

Remarque.

Il n'y a pas d'équation cartésienne de droites dans l'espace

Exemple.

Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) sachant que A(4;8;1) et B(1;6;7) .

2.2 Intersection de deux plans

Propriété.

Soient deux plans P et P' , non parallèles , d'équations respectives $ax + by + cz + d = 0$ et $a'x + b'y + c'z + d' = 0$. Alors l'intersection des deux plans est une droite que l'on peut

caractériser par : $\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}$

3 Intersection

3.1 De deux droites

Propriété.

- L'intersection de deux droites parallèles confondues est une droite
- L'intersection de deux droites parallèles non confondues est vide
- L'intersection de deux droites non coplanaires est vide
- L'intersection de deux droites sécantes est un point

Remarque.

Pour déterminer l'intersection de deux droites, on écrit leurs représentations paramétriques et on résout un système

3.2 Intersection d'une droite et d'un plan

Propriété.

- Un plan et une droite sécants ont un point d'intersection
- L'intersection d'une droite et d'un plan strictement parallèles est vide
- Si une droite est contenue dans un plan, leur intersection est la droite.

Remarque.

Pour déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan, on utilise une représentation paramétrique de la droite et une équation cartésienne du plan.

3.3 Intersections de trois plans

Propriété.

L'intersection de trois plans de l'espace est vide, ou un point, ou une droite, ou un plan.

Remarque.

Pour déterminer l'intersection de trois plans, on résout le système constitué des trois équations cartésiennes de ces plans par la méthode du pivot de Gauss.