1 Théorèmes de convergence

1.1 Suites majorées , minorées , bornées

Définition.

- Une suite (u_n) est majorée par un réel A si et seulement si pour tout n , $u_n \leq A$
- Une suite (u_n) est minorée par un réel A si et seulement si pour tout n , $u_n \geq A$
- Une suite (u_n) est bornée si et seulement si elle est minorée et majorée .

Exemple.
Soit la suite (u_n) définie par $u_n = (-1)^n$. Est elle majorée , minorée , bornée ?

1.2 Théorèmes

Théorème.

- Toute suite croissante majorée converge
- Toute suite décroissante minorée converge
- Toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$
- Si une suite (u_n) est croissante et a pour limite L alors cette suite est majorée par L
- Si une suite est convergente alors elle est bornée

Attention

La réciproque de la dernière assertion est fausse . Une suite bornée n'est pas toujours convergente . Exemple : $u_n = (-1)^n$

2 Théorèmes de comparaison

Théorème (Théorème des gendarmes)**.**
si $u_n \leq v_n \leq w_n$ et si (u_n) et (w_n) convergent vers la même limite a , alors (v_n) converge et tend vers a .

Corollaire (Théorème de comparaison)**.**
si $u_n \leq v_n$ et si u_n tend vers $+\infty$ alors v_n tend vers $+\infty$

Exemple.
Déterminer la limite de la suite (u_n) définie par $u_n = 1 + \dfrac{(-1)^n}{n}$

3 Suite géométrique

Propriété.
Une suite géométrique de raison q avec $q > 1$ tend vers $+\infty$ ou $-\infty$
Une suite géométrique de raison q avec $-1 < q < 1$ tend vers 0

Exemple.
Déterminer la limite de la suite géométrique de raison 0,5

Exemple.
Déterminer la limite de la suite géométrique de raison 2 et de premier terme -3