1 Primitives

1.1 Définitions

Définition.
Soit f une fonction définie sur I . On appelle primitive de f sur I une fonction F dérivable sur I telle que pour tout x de I , on a : $F'(x) = f(x)$

Exemple.
Donner une primitive de $f(x) = 3x^2$

Propriété.
Soit F une primitive de f sur I . Alors G est une primitive de f si et seulement s'il existe un réel k tel que $G(x) = F(x) + k$ pour tout x de I

Exemple.
Donner la primitive de $f(x) = 3x^2$ qui s'annule en 1

1.2 Déterminer des primitives

Méthode.
Il faut connaitre par coeur les formules de dérivées et les utiliser .

Exemple.
Déterminer une primitive de $(x + 1)(x^2 + 2x + 2)^2$

Exemple.
Déterminer une primitive de $\dfrac{x-2}{x^2-4x+7}$

2 Equations différentielles

2.1 Généralités

Définition.
On appelle équation différentielle , une équation où l'inconnue n'est pas un réel mais une fonction .

Résoudre une équation différentielle , c'est trouver une ou plusieurs fonctions dérivables qui vérifient l'équation proposée donnant une relation entre fonctions et dérivées

Exemple.
Soit f une fonction dérivable . Déterminer f telle que $f'(x) = 3x$

2.2 Equation $y' = ay$

Propriété.
Soit y une fonction dérivable . Soit a un réel donné . Alors les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sont les fonctions y de la forme $y(x) = ke^{ax}$ avec k réel .

Exemple.
Résoudre $y' = 3y$

Corollaire.
L'équation $y' = ay$ telle que $y(c) = d$ admet une unique solution .

Exemple.
Résoudre $y' = 3y$ telle que $y(4) = 5$

2.3 Equation $y' = ay + b$

Propriété.
Soit y une fonction dérivable . Soient a et b deux réels , a non nul . Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions dérivables y qui vérifient $y(x) = -\frac{b}{a} + ke^{ax}$ avec k réel .

Exemple.
Résoudre $y' = 2y - 8$

Corollaire.
L'équation $y' = ay + b$ telle que $y(c) = d$ a une unique solution

Exemple.
Résoudre $y' = 2y - 8$ telle que $y(0) = 3$