A retenir

Soit $\overrightarrow{n}(a;b;c)$ un vecteur normal d'un plan P . Alors M appartient au plan P si et seulement si ses coordonnées (x ;y ;z) vérifient : $ax+by+cz+d=0$ avec d constante

Le principe

On prend un plan dont on connait un vecteur normal et un point A ; on choisit un point M quelconque du plan . On utilise le fait que $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont orthogonaux .

La démonstration

Soit P un plan passant par $A(x_A;y_A;z_A)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{n}(a;b;c)$.
Soit M(x ;y ;z) un point quelconque de P .
Alors $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{AM}(x-x_A;y-y_A;z-z_A)$ sont orthogonaux .
Donc $\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AM}=0 \iff a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$
$\iff ax+by+cz+(-ax_A-by_A-cz_A)=0$
On a donc bien la forme cherchée en posant $d=-ax_A-by_A-cz_A$