



A retenir

Soit F une primitive de f sur I . Alors G est une primitive de f si et seulement s'il existe un réel k tel que $G(x) = F(x) + k$ pour tout x de I

Le principe

On utilise la définition des primitives .

La démonstration

Soient F et G deux primitives d'une fonction f .

Par définition , $F'(x) = f(x)$ et $G'(x) = f(x)$

On a donc : $F'(x) = G'(x) \iff (F(x) - G(x))' = 0 \iff F(x) - G(x) = k \iff F(x) = G(x) + k$



A retenir

Soit y une fonction dérivable . Soit a un réel donné . Alors les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sont les fonctions y de la forme $y(x) = ke^{ax}$ avec k réel .

Le principe

On procède en deux temps

D'abord on vérifie que $y(x) = ke^{ax}$ est bien solution de $y' = ay$

Ensuite , on écrit $y' = ay$ sous forme de l'égalité entre deux fonctions et on utilise l'égalité à une constante près entre deux primitives d'une même fonction

La démonstration

• Soit la fonction y définie par : $y(x) = ke^{ax}$, alors $y'(x) = kae^{ax} = ay(x)$

• Soit y vérifiant $y' = ay \iff \frac{y'}{y} = a \iff (\ln y)' = a$

Or une primitive de a est ax donc $(\ln y)' = (ax)'$ et par ce qui précède , $\ln y = ax + K$ avec K réel . On a donc : $y = e^{ax+K} = e^K e^{ax} = ke^{ax}$ avec $k = e^K$