A retenir

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$. Alors $E(X) = np$ et $V(X) = np(1-p)$

Le principe

On va décomposer X comme somme de variables aléatoires indépendantes qui suivent la même loi de Bernoulli

On applique ensuite la linéarité de l'espérance et la linéarité de la variance dans le cas d'indépendance .

La démonstration

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$

Alors $X = X_1 + X_2 + ... + X_n$ avec X_k variable aléatoire qui suit la loi de Bernoulli suivante :

x_i	1	0
$p(X_k = x_i)$	p	1-p

Par définition , on a donc : $E(X_k) = p$ et $V(X_k) = (1-p)(0-p)^2 + p(1-p)^2 = p(1-p)^2 + p^2(1-p) = p(1-p)(1-p+p) = p(1-p)$

Or $E(X) = nE(X_k) = n(1-p)$ et $V(X) = nV(X_k) = np(1-p)$