Résumé La fonction exponentielle

I. Notion de fonction exponentielle

1) Définition

Il existe une unique fonction f dérivable sur ℝ telle que : f ’(x) = f(x) pour tout x et f(0) = 1 .
On note cette fonction exp et on l’appelle fonction exponentielle .

2) Dérivée de la fonction composée exponentielle

Formule

Soit u une fonction dérivable :

$$(e^u)' = u'e^u$$

Exemple

Déterminer la dérivée de $f(x) = e^{3x+8}$

II. Etude de la fonction exponentielle

1) Relations fonctionnelles

Propriété algébrique

La fonction exponentielle est la seule fonction dérivable f sur ℝ non nulle telle que
f(x + y) = f(x) f(y) et f ’(0) = 1

Propriétés

Pour tous x et y réels , pour tout nombre entier naturel n :

1) $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ 2) $e^{x+y} = e^x e^y$ 3) $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$ 4) $e^{nx} = (e^x)^n$

Exemple

$$\frac{(e^{2x} \times e^3)^2}{(e^x)^2}$$

2) Signe et variations

Propriétés

1) $(e^x)' = e^x$
2) Pour tout x , $e^x > 0$
3) La fonction exponentielle est strictement croissante sur ℝ
4) $a < b \Leftrightarrow e^a < e^b$

Exemple :

Résoudre : $e^{2x+3} = e^{x+5}$

3) Courbe représentative