Corrigé fiche 6

Exercice 1

Variables

N , u : nombres réels

Début

Affecter à n la valeur 1

Affecter à u la valeur 5

Pour n allant de 2 à 10

Affecter à u la valeur 2*u+3

Afficher u

Fin pour

Fin

Exercice 2

1) $u_1 = u_0 + 0 + 1 = 0$; $u_2 = u_1 + 1 + 1 = 2$; $u_3 = u_2 + 2 + 1 = 5$; $u_4 = u_3 + 3 + 1 = 9$;
$$u_5 = u_4 + 4 + 1 = 14$$
2) Elle n'est pas arithmétique car 5 – 2 = 3 et 2 – 0 = 2 .

Elle n'est pas géométrique car 5/2 = 2,5 et 9/5 =1,8

3) $v_0 = u_1 - u_0 = 1$; $v_1 = u_2 - u_1 = 2$; $v_2 = u_3 - u_2 = 3$; $v_3 = u_4 - u_3 = 4$
$$v_{n+1} - v_n = v_n = u_{n+2} - u_{n+1} - u_{n+1} + u_n = u_{n+1} + n + 1 + 1 - 2(u_n + n + 1) + u_n$$
$= u_{n+1} - n - u_n = u_n + n + 1 - n - u_n = 1$

Donc la suite (v_n) est arithmétique de raison 1

4) Par la formule on a : $v_n = 1 + n$
$$v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1} = \frac{v_0 + v_{n-1}}{2} \times n = \frac{1 + 1 + n - 1}{2} \times n = \frac{n(n+1)}{2}$$
5) $v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1} = u_1 - u_0 + u_2 - u_1 + \cdots + u_n - u_{n-1} = u_n - u_0 = u_n + 1$
$$u_n + 1 = \frac{n(n+1)}{2} \; donc \; u_n = \frac{n(n+1)}{2} - 1$$

Exercice 3

1) $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0 \; donc \; la \; suite \; converge$

2) $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty \; donc \; la \; suite \; diverge$

3) $u_n = (-2)^n$

Si n est pair , la limite sera positive et égale à $+\infty$ et si n est impair la limite sera $-\infty$. cette suite n'a donc pas de limite et elle diverge .

4) $u_n = 5\left(\frac{1}{4}\right)^n$
$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n = 0 \; car \; -1 < \frac{1}{4} < 1 \; donc \; \lim_{n\to+\infty} u_n = 0 \; et \; la \; suite \; converge$$

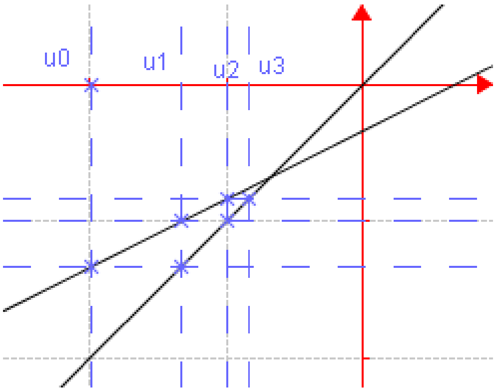
Corrigé fiche 6

Exercice type

1) On a :

$$f'(x) = \frac{1}{2} > 0 \; donc \; f \; croissante$$

2) On a :



3) Il semble que la suite soit croissante et converge vers -0,7
4) Initialisation

$$u_1 = -\frac{4}{3} > -2$$

Donc $u_1 > u_0$

Hérédité : supposons que pour un rang n , on a : $u_{n+1} > u_n$

Puisque la fonction f est croissante alors $f(u_{n+1}) > f(u_n)$

C'est-à-dire : $u_{n+2} > u_{n+1}$

Et donc la suite (u_n) est croissante

5) On a :

$$f\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$

On sait que la fonction f est croissante donc :

$$x < -\frac{2}{3} \Leftrightarrow f(x) < f\left(-\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow f(x) < -\frac{2}{3}$$

6) Initialisation :

$$u_0 = -2 < -\frac{2}{3}$$

Hérédité

$$supposons : \; u_n < -\frac{2}{3} \; pour \; n \; donné$$

Par la question 5) , on a alors :

$$f(u_n) < -\frac{2}{3} \Leftrightarrow u_{n+1} < -\frac{2}{3}$$

7) Puisque la suite est croissante majorée alors elle converge .