

Corrigé fiche 7

Exercice 1

1) On a :

$$p(V) = \frac{1}{6} ; p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

2) a) On doit enlever la mise à ce que le joueur gagne donc les valeurs de X sont : 3, 0 et 5

b) Tableau de la loi de probabilité :

X = 3 correspond à avoir la boule verte donc la probabilité de X = 3 correspond à la probabilité d'avoir la boule verte . On procède de façon identique pour la boule bleue (X = 0) et pour le dernier , on calcule $1 - p(X=3) - p(X=0)$

X_i	3	0	5
$P(X = X_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

c) On a :

$$E(G) = 3 \times \frac{1}{6} + 0 \times \frac{1}{3} + 5 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ €}$$

Le joueur peut donc espérer gagner en moyenne 3 euros

Exercice 2

Soit A l'événement « obtenir au moins une fois pile »

Alors $\bar{A}$: « obtenir 4 fois face »

On lance de façon indépendante la pièce donc :

$$p(\bar{A}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 ; p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

Exercice 3

1) X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,1$ puisqu'on renouvelle la même expérience (forage) de façon indépendante

2) Soit F l'événement « obtenir au moins un forage positif » alors $\bar{F}$: « obtenir 10 forages négatifs » ; les forages sont indépendants donc :

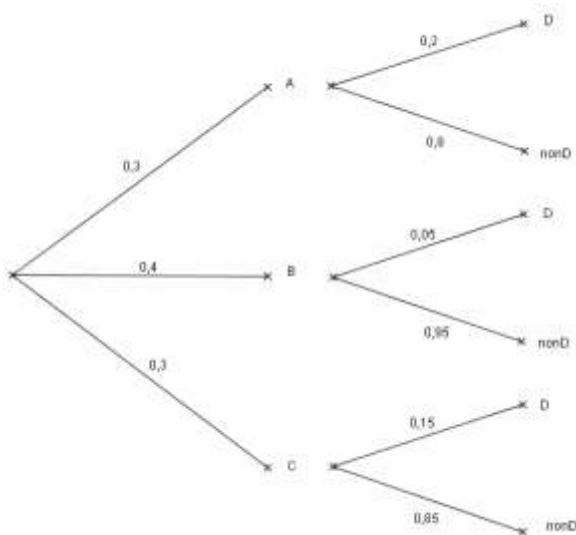
$$p(\bar{F}) = (0,9)^{10} \text{ et } p(F) = 1 - (0,9)^{10}$$

3) On applique la formule liée à la loi binomiale

$$p(X = 4) = \binom{10}{4} \times 0,1^4 \times 0,9^6$$

4) $E(X) = 0,1 \times 10 = 1$. On peut donc espérer trouver une fois une nappe de pétrole .

Exercice type 1



1) On a par la formule des probabilités totales :

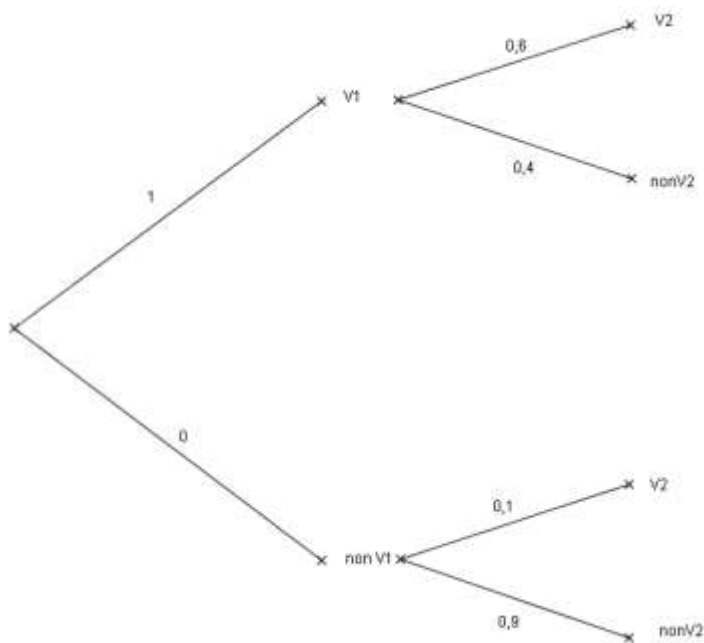
$$\begin{aligned} p(\bar{D}) &= p(\bar{D} \cap A) + p(\bar{D} \cap B) + p(\bar{D} \cap C) \\ &= p(A) \times p_A(\bar{D}) + p(B) \times p_B(\bar{D}) \\ &\quad + p(C) \times p_C(\bar{D}) \\ &= 0,3 \times 0,8 + 0,4 \times 0,95 + 0,3 \times 0,85 \\ &= 0,875 \end{aligned}$$

2) On a :

$$p_{\bar{D}}(B) = \frac{p(\bar{D} \cap B)}{p(\bar{D})} = \frac{0,4 \times 0,95}{0,875} = 0,43$$

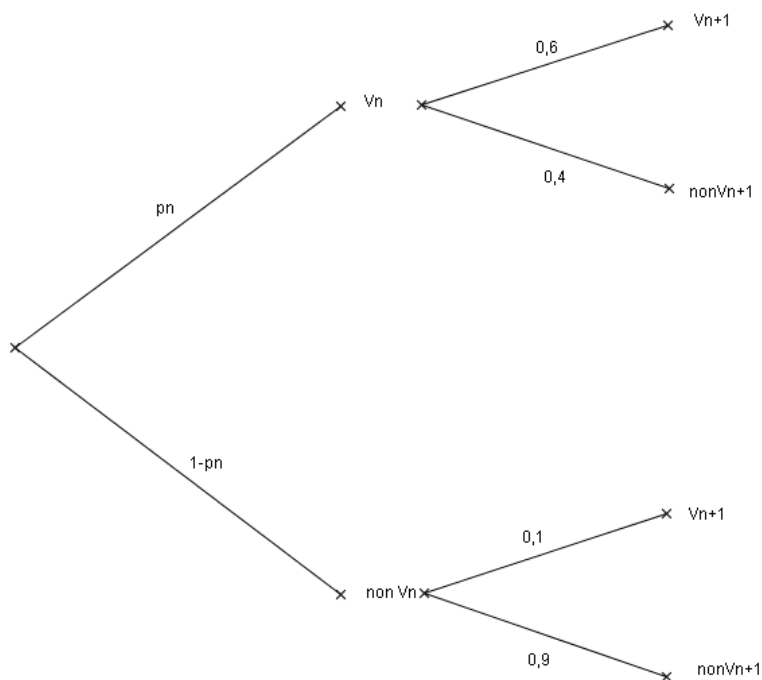
Exercice type 2

1) On a :



$$p(V_2) = p(V_1 \cap V_2) + p(\bar{V}_1 \cap V_2) = 1 \times 0,6 + 0 \times 0,1 = 0,6$$

2) On a :



$$p(V_{n+1}) = p(V_n \cap V_{n+1}) + p(\bar{V}_n \cap V_{n+1}) = p_n \times 0,6 + (1 - p_n) \times 0,1 = 0,5p_n + 0,1$$

3) On a :

$$u_{n+1} = p_{n+1} - 0,2 = 0,5p_n + 0,1 - 0,2 = 0,5p_n - 0,1 = 0,5(p_n - 0,2) = 0,5u_n$$

Donc la suite est bien géométrique de raison 0,5 et de premier terme $u_1 = 1 - 0,2 = 0,8$

4) On a :

Corrigé fiche 7

$$u_n = 0,8(0,5)^{n-1} \text{ donc } p_n = 0,8(0,5)^{n-1} + 0,2$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8(0,5)^{n-1} = 0 \text{ car } 0 < 0,5 < 1 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = 0,2$$

Exercice type 3

- 1) On effectue n tirages avec remise ; la boule a le « 1 » ou le « 2 » donc si on appelle X la variable aléatoire égale au nombre de boules portant le numéro 1, X suit la loi binomiale de paramètres n et p = 5/7 .

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{n}{0} \left(\frac{5}{7}\right)^0 \left(\frac{2}{7}\right)^n = 1 - \left(\frac{2}{7}\right)^n$$

- 2) On a :

$$p(X = 2) = \binom{n}{2} \left(\frac{2}{7}\right)^2 \left(\frac{5}{7}\right)^{n-2}$$

- 3) On doit résoudre :

$$1 - \left(\frac{2}{7}\right)^n \geq 0,99 \Leftrightarrow 0,01 \geq \left(\frac{2}{7}\right)^n \Leftrightarrow \ln(0,01) \geq n \ln\left(\frac{2}{7}\right) \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{2}{7}\right)} \cong 3,67$$

Il faut donc que n soit supérieur ou égal à 4

Remarque : attention aux changements de sens dans les inégalités : $\ln(2/7) < 0$ donc on change le sens dans la dernière étape !