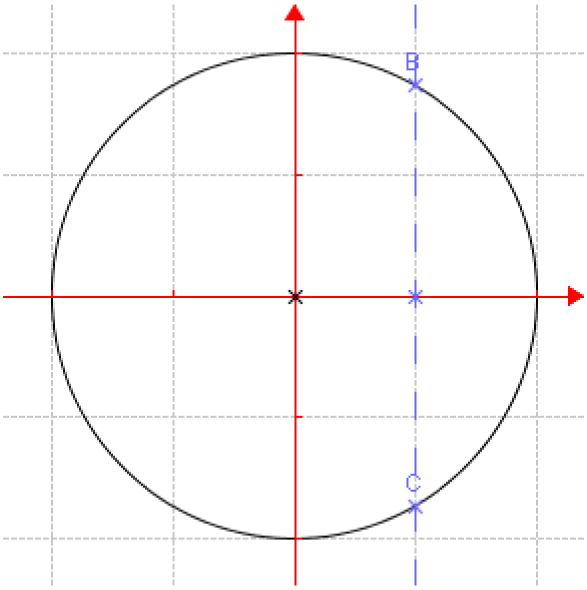
Corrigé fiche 2

Exercice 1

Il faut connaître les valeurs remarquables et savoir utiliser un cercle trigonométrique .

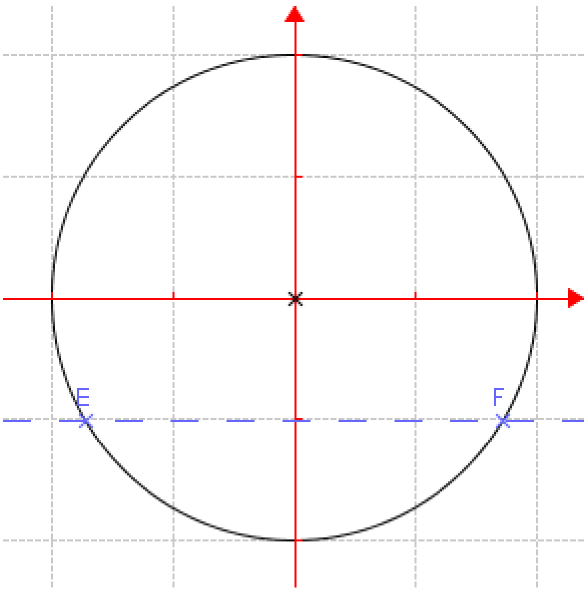
1) Par les valeurs remarquables , on sait que cos x = ½ correspond aux angles de la famille $\frac{\pi}{3}$



Il y a deux solutions possibles :

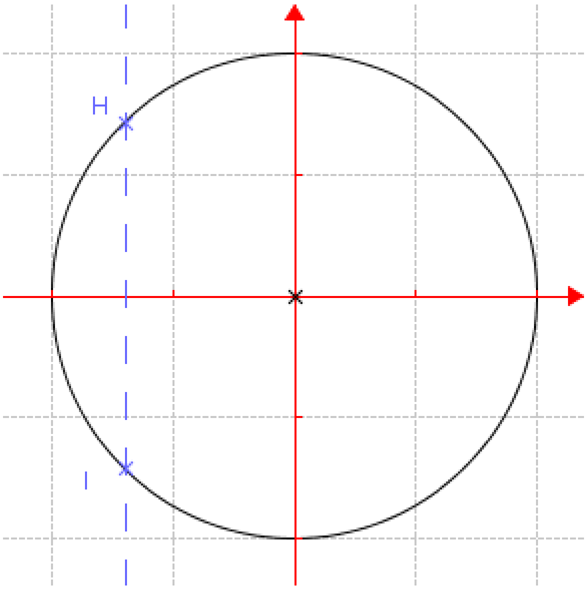
$$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ (point } B\text{) ou } x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ (point } C\text{)}$$

2) On a :



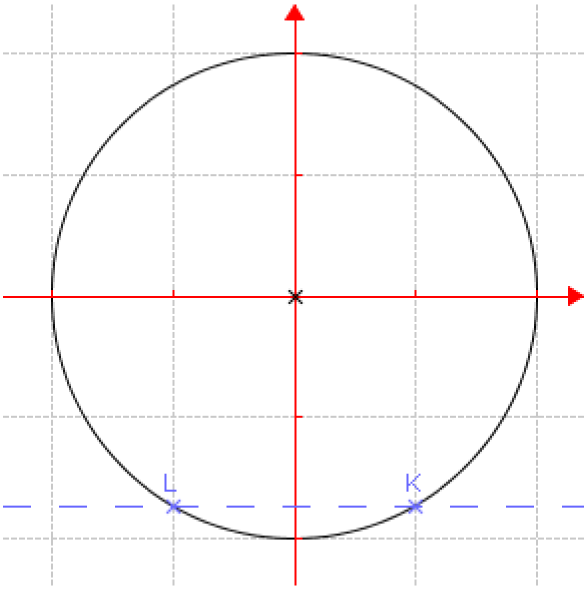
$$x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ (point } F\text{) ou } x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ (point } E\text{)}$$

3) On a :



$$x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \ (\,point\ H) \ ou \ x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi \ (\,point\ I)$$

4) On a :

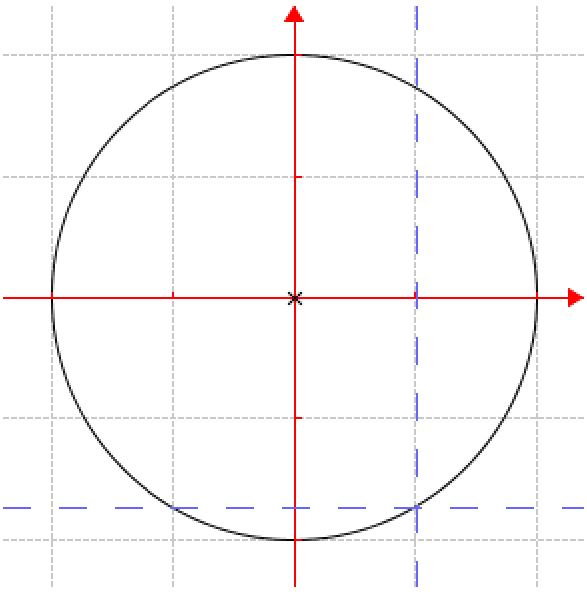


$$x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \ (\,point\ K) \ ou \ x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \ (\,point\ L)$$

Exercice 2

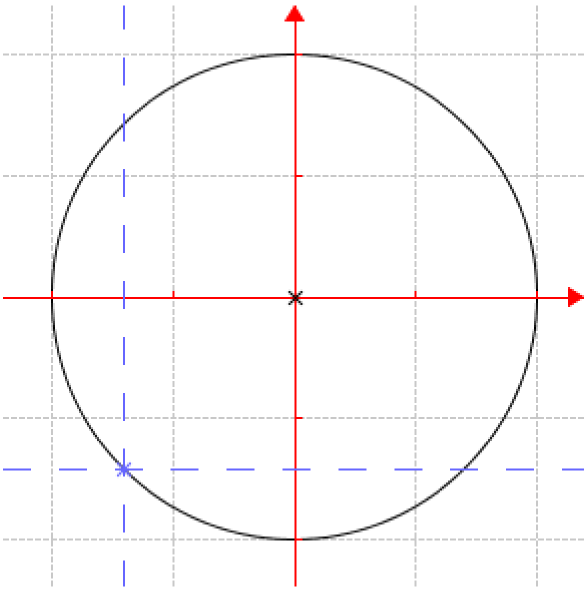
1) On a :

Corrigé fiche 2



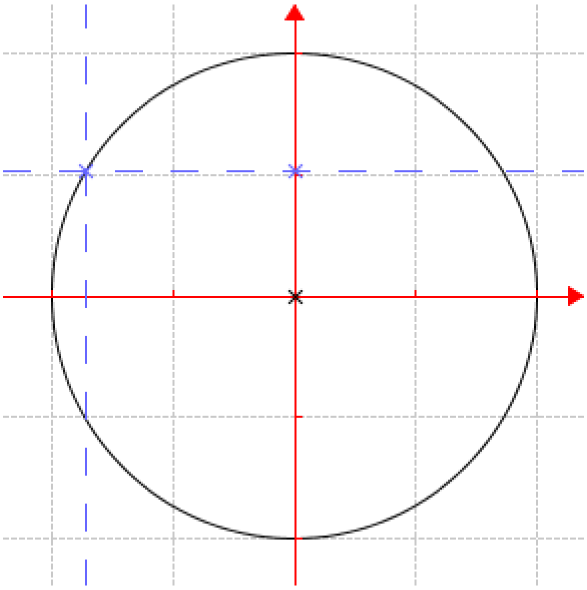
$$x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

2) On a :



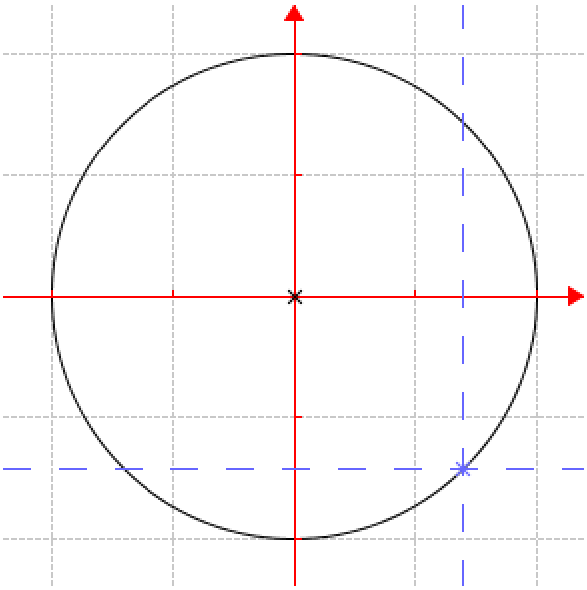
$$x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$$

3) On a :



$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

4) On a :



$$x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

Exercice 3

1) C'est l'ensemble des points M équidistants de A et B : M est donc sur la médiatrice de [AB]
2) M est sur le cercle de centre A et de rayon 5
3) ABM est un triangle rectangle en M donc M est sur le cercle de diamètre [AB] , privé de A et de B car si M est en A ou en B alors l'angle n'existe pas .

Corrigé fiche 2

Exercice type 1

1) $\Delta = 8 - 16 = -8$

$$a = \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i}{2} = \sqrt{2} + i\sqrt{2} \ \ et\ b = \frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i}{2} = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$$

2) On a :

$$|a| = \sqrt{2+2} = 2\ donc\ cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}\ et\ sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}\ donc\ \theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi\ et\ a = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$|b| = \sqrt{2+2} = 2\ donc\ cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}\ et\ sin\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}\ donc\ \theta = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi\ et\ b = 2e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

(on pouvait aussi dire que b est le conjugué de a et donner directement le résultat pour b)

Exercice type 2

1) On appelle point invariant les points M tels que f(M) = M autrement dit ceux dont l'affixe z vérifie z' = z

On résout : z' = z

$$z = \frac{-4}{z-2} \Leftrightarrow \frac{z(z-2)+4}{z-2} = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow \Delta = -12\,, z = \frac{2+2i\sqrt{3}}{2} = 1 + i\sqrt{3}$$

$$ou\ z = 1 - i\sqrt{3}$$

2) On a :

$$z' - 2 = \frac{-4}{z-2} - 2 = \frac{-4 - 2(z-2)}{z-2} = -\frac{2z}{z-2}$$

$$|z' - 2| = \left|-\frac{2z}{z-2}\right| = \frac{|2z|}{|z-2|} = \frac{2|z|}{|z-2|}$$

3) Si M est sur la médiatrice de [AO] alors AM = OM c'est-à-dire : $|z - a| = |z - 0| \Leftrightarrow |z - 2| = |z|$

$$|z' - 2| = 2 \Leftrightarrow AM' = 2$$

Et donc M' est sur le cercle de centre A et de rayon 2

4) On a :

$$|z'| = \left|\frac{-4}{z-2}\right| = \frac{|-4|}{|z-2|} = \frac{4}{|z-2|}$$

5) Si M est sur le cercle de centre A et de rayon 5 alors AM = 5 $\Leftrightarrow |z-2| = 5$

$$|z'| = \frac{4}{5}$$

Et donc M' est sur le cercle de centre O et de rayon 4/5