

Exercice 1

Il faut s'aider du cercle trigonométrique

a) Sur $[0; \pi]$, $\sin x > 0$

b) sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $\cos x > 0$ et sur $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, $\cos x < 0$

c) $\sin x = \frac{1}{2}$ si $x = \frac{\pi}{6}$ ou $x = \frac{5\pi}{6}$ donc $\sin x - \frac{1}{2} \geq 0$ sur $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ et $\sin x - \frac{1}{2} < 0$ sur $\left]0; \frac{\pi}{6}\right[\cup \left]\frac{5\pi}{6}; \pi\right[$

d) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ si $x = \frac{\pi}{4}$ donc $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$ sur $\left]\frac{\pi}{4}; \pi\right[$ et $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$ sur $\left]0; \frac{\pi}{4}\right[$

Exercice 2

a) $x = \frac{\pi}{4}$; b) $x = \frac{5\pi}{6}$; c) $x = \frac{4\pi}{3}$

Exercice type

- 1) La fonction f est périodique de période 2π car $\sin(x + 2\pi) = \sin x$ donc on peut étudier la fonction sur $[0; 2\pi]$ et répéter le « motif » sur tous les intervalles de longueur 2π pour avoir la courbe sur \mathbb{R}
- 2) On a :

$$f(-x) = \frac{\sin(-x)}{\sin(-x) + 2} = \frac{-\sin x}{-\sin x + 2}$$

La fonction n'est ni paire ni impaire

- 3) Non puisque la fonction n'est ni paire ni impaire
- 4) On a :

$$f'(x) = \frac{\cos x(\sin x + 2) - \cos x \sin x}{(\sin x + 2)^2} = \frac{2\cos x}{(\sin x + 2)^2}$$

5) $\cos x < 0$ sur $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	0	↗	$\frac{1}{3}$	↘	-1	↗	0

5) Courbe :

