

Fiche 6 : exercices à faire à la maison

Exercice 1

Soit la suite (u_n) définie par : $u_1 = 5$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$

Ecrire un algorithme permettant de calculer les 10 premiers termes de cette suite

Exercice 2

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = -1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + n + 1$

- 1) Calculer les cinq premiers termes de cette suite
- 2) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
- 3) On définit la suite (v_n) par $v_n = u_{n+1} - u_n$
 - a. Calculer les quatre premiers termes de (v_n)
 - b. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique
- 4) Calculer $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ en fonction de n
- 5) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

Exercice 3

Déterminer les limites des suites suivantes en soignant la rédaction . Préciser si les suites sont convergentes .

$$1) u_n = \frac{1}{n}$$

$$2) u_n = \sqrt{n+7}$$

$$3) u_n = (-2)^n$$

$$4) u_n = 5 \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

Exercice type (à imprimer et coller dans le cours)

Soit la suite (u_n) définie par

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{1}{3} \text{ et } u_0 = -2$$

- 1) Etudier les variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$$

- 2) Placer sur l'axe des abscisses les quatre premiers termes de la suite (u_n) . On utilisera la courbe représentative de f et la droite d'équation $y = x$.
- 3) Conjecturer les variations de la suite (u_n) et son éventuelle convergence
- 4) Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est croissante
- 5) Démontrer que si $x < -\frac{2}{3}$ alors $f(x) < -\frac{2}{3}$
- 6) Montrer par récurrence que la suite (u_n) est majorée par $-\frac{2}{3}$
- 7) Conclure quant à la validité de votre conjecture .