Rappels première chapitre 13

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale B(n,p) et F = X /n la variable aléatoire égale à la fréquence aléatoire du succès .

Pour déterminer l'intervalle de fluctuation de F au seuil de 95 % , on détermine à la calculatrice le plus petit entier a tel que P(X≤a) > 0,025 et le plus petit entier b tel que P(X≤ b) $\geq 0{,}975$. L'intervalle est alors :[a/n ;b/n]

Si F est dans l'intervalle de fluctuation alors on ne rejette pas l'hypothèse avec un risque d'erreur de 5%

Si F n'est pas dans l'intervalle de fluctuation , alors on rejette l'hypothèse avec un risque d'erreur de 5%

Mode d'emploi calculatrice page 412 et 417

Exemple

Dans le monde la proportion de gauchers est 12 % . On étudie une classe de 35 élèves dont 5 sont gauchers .

1) Déterminer à l'aide de la loi binomiale , l'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence des gauchers sur un échantillon aléatoire de taille 35
2) Cette classe est-elle représentative de la proportion des gauchers dans le monde ?

Solution

1) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de gauchers . X suit B(35 ;0,12)

$$p(X = k) = \binom{35}{k} 0{,}12^k \times 0{,}88^{35-k}$$

On cherche a et b tels que $p(X \leq a) > 0{,}025$ et $p(X \leq b) \geq 0{,}975$
Par exemple , si on veut calculer $p(X \leq 3) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3)$
A la calculatrice , on teste donc des valeurs de k jusqu'à trouver a et b : pour k = 2 , on a 0,19 , pour k = 3 , on a 0,38 donc a = 3 . Et b = 8 .
Donc l'intervalle cherché est : [3/35 ; 8/35] c'est-à-dire : [0,086 ;0,229]

2) La fréquence des gauchers dans la classe est de : 5/35 = 0,14 .

Cette fréquence appartient à l'intervalle de fluctuation . On peut donc penser avec un risque d'erreur de 5% que la classe est représentative .