

Généralités

$$P(A) = \frac{\text{nombre.d'éventualités.de.l'événement.A}}{\text{nombre.d'éventualités.de.l'univers}}$$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Soit X une variable aléatoire telle que $P(X = x_i) = p_i$

$$\text{Alors : } E(X) = \sum x_i p_i$$

$$V(x) = \sum (x_i - E(x))^2 p_i$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Exemple

On jette un dé non truqué . Si la face est paire , on gagne 2 € , si la face est le « 3 » on gagne 1 € , sinon on perd 1 € .

Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur .

Sa loi de probabilité est :

X_i	2	1	- 1
$P(X=X_i)$	1/2	1/6	1/3

$$E(X) = 2 \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \text{ € } \cong 0,8 \text{ €}$$

Le joueur peut donc espérer gagner 0,8 € .

Les coefficients binomiaux

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 1) \times n$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

Par convention : $0! = 1$

$$\binom{n}{n} = 1 ; \binom{n}{n-1} = \binom{n}{1} = n ; \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

Loi Binomiale

On appelle loi binomiale de paramètres p et n la loi de probabilité de la variable aléatoire X égale au nombre de succès dans n épreuves successives indépendantes , la probabilité du succès étant égal à p dans chaque épreuve .

Soit X la variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres p et n

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$E(X) = np \text{ et } V(X) = np - np^2$$