Corrigé suites arithmétiques et suites géométriques

Exercice 1

1) $u_n = \frac{2^n}{3^{n+1}}$. On calcule : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1} \times 3^n}{3^{n+1} \times 2^n} = \frac{2}{3}$.

   La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$.

   $u_n = u_0 \times q^n = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^n$

2) $u_n = v_n - \frac{7}{4}n - \frac{7}{16}$. On calcule

   $$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{v_{n+1} - \frac{7}{4}(n+1) - \frac{7}{16}}{v_n - \frac{7}{4}n - \frac{7}{16}} = \frac{5v_n - \frac{35}{4}n - \frac{35}{16}}{v_n - \frac{7}{4}n - \frac{7}{16}} = \frac{5\left(v_n - \frac{7}{4}n - \frac{7}{16}\right)}{v_n - \frac{7}{4}n - \frac{7}{16}} = 5$$

   La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison 5 et $u_n = \frac{73}{16} \times 5^n$

3) $u_n = \frac{v_n}{n}$. On calcule $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{v_{n+1}}{n+1} \times \frac{n}{v_n} = \frac{n+1}{3n} \times \frac{n}{n+1} = \frac{1}{3}$.

   La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et $u_n = u_1 q^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^n$

4) $u_n = 8\left(\sqrt{2}\right)^{n-2}$. Calculons : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}}{\left(\sqrt{2}\right)^{n-2}} = \sqrt{2}$

   La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison $\sqrt{2}$ et $u_n = 4\left(\sqrt{2}\right)^n$

Exercice 2

1) $u_n = 5 + 4n$; calculons : $u_{n+1} - u_n = 5 + 4n + 4 - 5 - 4n = 4$

   La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 4

   $u_n = 5 + 4n$

2) $u_n = -3 + 5(n-3)$; calculons $u_{n+1} - u_n = 5$

   La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 5

   $u_n = -18 + 5n$

3) $u_n = -2n + 7(n+2) = 14 + 5n$; calculons $u_{n+1} - u_n = 5$

   La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 5

   $u_n = 14 + 5n$

4) $u_n = \frac{v_n}{2^n}$; calculons

   $$u_{n+1} - u_n = \frac{v_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{v_n}{2^n} = \frac{v_{n+1} - 2v_n}{2^{n+1}} = \frac{4v_n - 4v_{n-1} - 2v_n}{2^{n+1}} = \frac{2v_n - 4v_{n-1}}{2^{n+1}} = \frac{v_n - 2v_{n-1}}{2^n} = u_n - u_{n-1}$$

   Donc la différence $u_{n+1} - u_n = u_1 - u_0 = 3$

   La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 3 et $u_n = 1 + 3n$