# *Corrigé études de signes*

## ***Exercice 1***

1) $x^2+3x-40$ : $\Delta$ = 9 +160 =169 = 13², x' = 5 et x'' = - 8 d'où la factorisation (x – 5) (x + 8) ; $x^2+3x-40$ < 0 sur]- 8 ; 5 [
2) $-x^2+2x+48$ : $\Delta$ = 4 + 192 = 196 = 14², x' = 8 et x'' = - 6 d'où la factorisation - (x – 8) (x + 6) et $-x^2+2x+48$ > 0 sur] -6 ; 8[
3) $2x^2-4x-100$ = 2 (x² - 2x – 50) : $\Delta$ = 4 + 200 = 204 d'où :

   x' = $\dfrac{2+2\sqrt{51}}{2}=1+\sqrt{51}$ et x'' = $1-\sqrt{51}$ .

   On obtient la factorisation $2(x-1-\sqrt{51})(x-1+\sqrt{51})$ et

   $2x^2-4x-100<0$ sur $]1-\sqrt{51};1+\sqrt{51}[$
4) $-x^2+4x-4 = -(x^2-4x+4)=-(x-2)^2 \leq 0$
5) $3x^2-5x+25$ : $\Delta$ = 25 – 300 = - 275 < 0 donc pas de racines ni de factorisation ; le polynôme est du signe de 3 donc est positif pour tout x
6) $2x^2+3x+5$ : $\Delta$ = 9 – 40 = - 31 < 0 donc pas de racines ni de factorisation et le polynôme est toujours positif
7) $x^4+2x^2-3$ : on pose X = x² et on doit étudier : X² + 2X – 3 ; $\Delta$ = 4 + 12 = 16 donc X' = - 3 et X'' = 1 d'où la factorisation : ( X – 1 ) ( X + 3 ) soit ( x² - 1 ) ( x² + 3 ) ou encore ( x – 1 ) (x + 1 ) (x² + 3 ) . Et ce polynôme est négatif sur]-1 ; 1[car x² + 3 > 0 et donc $x^4+2x^2-3$ est du signe de (x – 1) (x + 1)
8) $2x^4-3x^2+7$ : on pose X = x² et on étudie : 2X² - 3X + 7 ; $\Delta$ = 9 – 56 = - 47 < 0 donc pas de factorisation et le polynôme est du signe de 2 donc positif

## ***Exercice 2***

1) Sur $[-p;0]$ , f(x) $\leq$ 0 et sur $[0;p]$ f(x) $\geq$ 0
2) La racine étant positive sur son domaine de définition, f(x) $\leq$ 0 sur l'intervalle.
3) Soit f(x) = x cos x. Faisons un tableau de signes :

| x | $-p$ | $-\frac{p}{2}$ | 0 | $\frac{p}{2}$ | $p$ |
|---|---|---|---|---|---|
| x | - | - | 0 + | | + |
| Cos x | - | 0 + | + | 0 | - |
| x cosx | + | 0 - | 0 + | 0 | - |

4) $x+\sqrt{x+1}$ > 0 sur $[1;+\infty[$ car x > 0 et la racine toujours positive sur son ensemble de définition $[-1;+\infty[$ et $[1;+\infty[\subset[-1;+\infty[$ .
5) f(x) = $x+\sqrt{x^2-4}=\dfrac{(x+\sqrt{x^2-4})(x-\sqrt{x^2-4})}{x-\sqrt{x^2-4}}=\dfrac{4}{x-\sqrt{x^2-4}}$ . Or sur $]-\infty;-2]$ , x < 0

   et $-\sqrt{x^2-4}\leq 0$ donc x $-\sqrt{x^2-4}<0$ et f(x) < 0 sur $]-\infty;-2]$