

Suites arithmétiques et suites géométriques

Définitions et formules

Une suite est arithmétique si pour passer d'un terme au suivant, on ajoute toujours le même nombre réel appelé raison

Une suite (u_n) est arithmétique à partir du rang n_0 s'il existe un réel r tel que, pour tout entier $n \geq n_0$, $u_{n+1} = u_n + r$.

Exemples

$u_{n+1} = u_n + 3$ est une suite arithmétique de raison 3

$u_{n+1} = u_n + n$ n'est pas une suite arithmétique car n n'est pas une constante mais dépend de n .

Une suite est géométrique si pour passer d'un terme au suivant on multiplie toujours par la même constante

Une suite (u_n) est géométrique à partir du rang n_0 s'il existe un réel q tel que, pour tout entier $n \geq n_0$, $u_{n+1} = q u_n$.

Exemples

$u_{n+1} = 3u_n$ est une suite géométrique de raison 3

$u_{n+1} = nu_n$ n'est pas une suite géométrique car n n'est pas une constante

Formules :

	Terme général en fonction de n	Somme
Suite arithmétique	$u_n = u_0 + n \times r$ $= u_1 + (n-1) \times r$	$\frac{(\text{premier} + \text{dernier}) \times \text{nbre.termes}}{2}$
Suite géométrique	$u_n = u_0 \times q^n = u_1 \times q^{n-1}$	$\text{1er.termes} \times \left(\frac{1 - q^{\text{nbre.termes}}}{1 - q} \right)$

Méthodes

- Pour montrer qu'une suite est arithmétique, on calcule $u_{n+1} - u_n$; le résultat doit être une constante
- Pour montrer qu'une suite est géométrique, on calcule $\frac{u_{n+1}}{u_n}$; le résultat doit être une constante.

Exercices

Exercice 1

Montrer que les suites (u_n) sont géométriques puis exprimer u_n en fonction de n :

1) $u_n = \frac{2^n}{3^{n+1}}$

2) $u_n = v_n - \frac{7}{4}n - \frac{7}{16}$ avec $v_0 = 5$ et $v_{n+1} = 5v_n - 7n$

3) $u_n = \frac{v_n}{n}$ avec $v_1 = \frac{1}{3}$ et $v_{n+1} = \frac{n+1}{3n}v_n$

4) $u_n = 8(\sqrt{2})^{n-2}$

Exercice 2

Montrer que les suites (u_n) sont arithmétiques et exprimer u_n en fonction de n

1) $u_n = 5 + 4n$

2) $u_n = -3 + 5(n - 3)$

3) $u_n = -2n + 7(n + 2)$

4) $u_n = \frac{v_n}{2^n}$ avec $v_0 = 1$, $v_1 = 8$ et $v_n = 4(v_{n-1} - v_{n-2})$