Rappels sur la trigonométrie

Rappel des principales formules

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$
$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$$
$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$$
$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\sin b\cos a$$
$$\cos(2a)=2\cos^2 a-1=1-2\sin^2 a=\cos^2 a-\sin^2 a$$
$$\sin(2a)=2\cos a\sin a$$

Rappel des valeurs remarquables

x	0	$\frac{p}{6}$	$\frac{p}{4}$	$\frac{p}{3}$	$\frac{p}{2}$	p
Cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	- 1
Sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

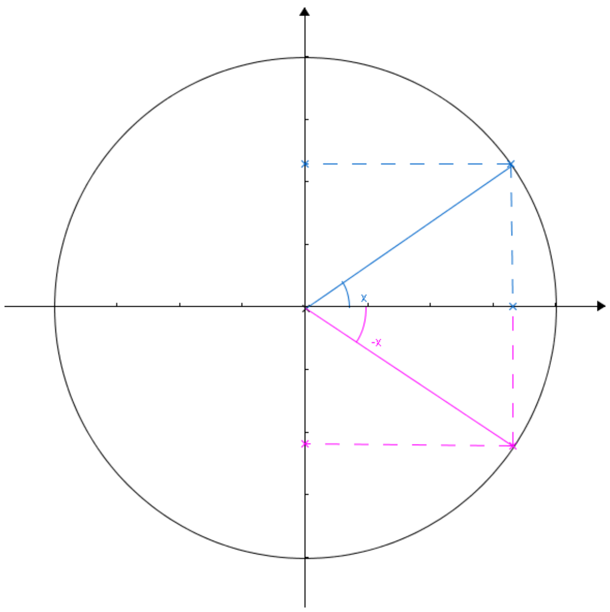
Les formules classiques

$$\cos^2 x+\sin^2 x=1$$
$$-1\le\cos x\le 1$$
$$-1\le\sin x\le 1$$

Les angles associés

- La technique consiste à toujours dessiner un cercle trigonométrique

Passer de x à – x

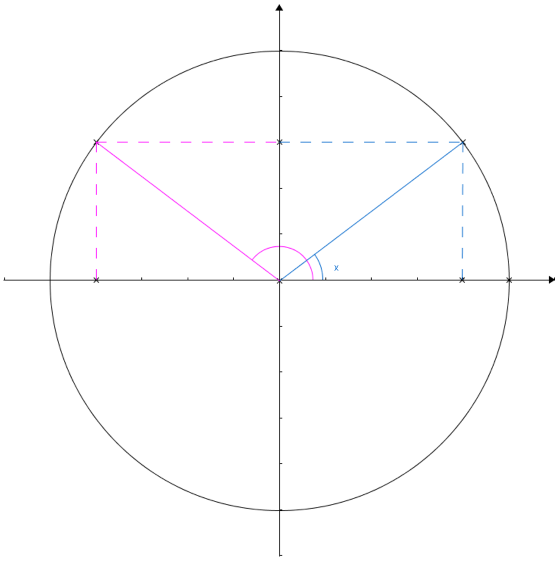


On remarque le l'angle x et l'angle – x ont le même cosinus (pointillés qui se rejoignent sur l'axe des abscisses) .
Par contre le sinus de l'angle x et le sinus de l'angle – x ont bien le même écart sur l'axe des ordonnées par rapport au centre mais l'un est positif et l'autre négatif .
D'où les formules :

$$\boxed{\cos(-x)=\cos x \quad \text{et} \quad \sin(-x)=-\sin x}$$

Rappels sur la trigonométrie

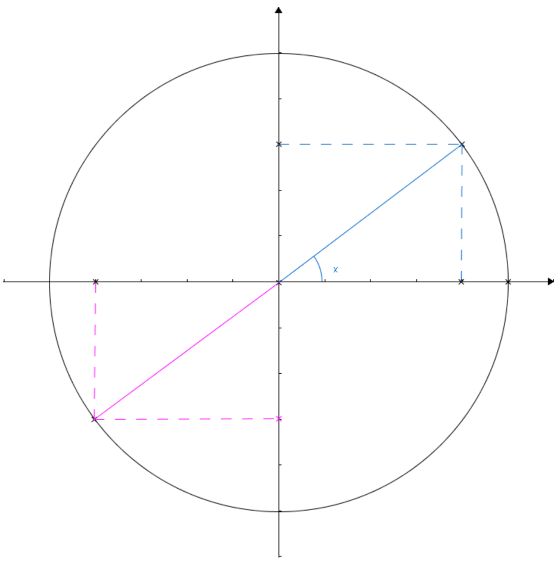
Passer de x à $\pi - x$



Rappel : on commence par aller à π puis on enlève x .
L'angle rose correspond à l'angle $\pi - x$
On remarque que le sinus des deux angles est le même et que les cosinus sont opposés d'où :

$$\boxed{\sin(\pi - x) = \sin x \quad \text{et} \quad \cos(\pi - x) = -\cos x}$$

Passer de x à $\pi + x$



On remarque que les angles bleu et rose ont des sinus opposés et des cosinus opposés d'où :

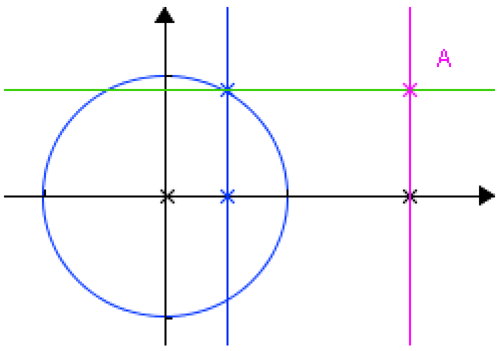
$$\boxed{\sin(\pi + x) = -\sin x \quad \text{et} \quad \cos(\pi + x) = -\cos x}$$

Placer des points dans un repère à l'aide du cercle trigonométrique

Voici une technique qui évite de faire des approximations quand on veut placer un point de coordonnées par exemple $A\left(2;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. On utilise le fait que $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. On trace le cercle de rayon une unité , on place 60° , puis on repère son sinus . A l'aide du compas on reporte la longueur qui correspond à $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Rappels sur la trigonométrie

Figure



On a d'abord tracé le cercle bleu , cercle de rayon 1 , qui est donc un cercle trigonométrique .
On a pris le point du cercle qui correspond à l'abscisse 0,5 car on obtient ainsi cos x = 0,5 et donc x est un angle de 60° . La droite verte passe alors par $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Ensuite , on part de l'abscisse 2 et on prend l'intersection avec la droite verte : on trouve A .

Exercices

Exercice 1

Exprimer en fonction de cos x et de sin x : $\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$

Exercice 2

En remarquant que $\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}$, déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

En s'inspirant de cette méthode , déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Exercice 3

Exprimer sur $[0;\pi]$ en fonction de $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$: $\sqrt{2+2\cos\theta}$. En déduire une écriture simplifiée de $\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos\theta}}$.

Exercice 4

1) Résoudre : $\cos x=-\frac{1}{2}$
2) Résoudre : $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$
3) Résoudre : $\cos x=-\frac{1}{2}$ et $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$
4) Résoudre sur $[0;2\pi]$: $\cos x\geq 0$

Exercice 5

Calculer sans calculatrice : $S=\sin\frac{\pi}{3}+\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{5\pi}{3}$

Exercice 6

Calculer sans calculatrice : $A=\sin\frac{13\pi}{12}\times\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)-\sin\frac{\pi}{12}\times\cos\frac{11\pi}{12}$