Variations d'une fonction

Rappels

Une fonction f est croissante sur un intervalle I si pour tout x de I f '(x) > 0
On a aussi une définition qui est très utile : f est croissante sur I si pour tous a et b de I tels que a < b on a f(a) < f(b).

Quelques propriétés géométriques des courbes

Parité :

Une courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées si sa fonction est paire
Une courbe est symétrique par rapport à l'origine si sa fonction est impaire.

Centre et axe de symétrie

I (a, b) est centre de symétrie de la courbe de f si f (a + x) + f (a – x) = 2b pour tout x
La droite d'équation x = a est axe de symétrie de la courbe de f si f (a – x) = f (a + x) pour tout x.

Exercices de synthèse

Exercice 1

Soit f(x) = $\dfrac{x^3-3x^2+3x-3}{(x-2)^2}$

1) Montrer que f(x) = $\dfrac{(x-1)^3-2}{(x-2)^2}$.

   Déterminer a, b, c et d tels que f(x) = $ax+b+\dfrac{c}{x-2}-\dfrac{d}{(x-2)^2}$
2) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition
3) Déterminer les points d'intersection de la courbe de la fonction f avec la droite d'équation y = x + 1 puis avec les axes du repère

Exercice 2

Soit f(x) = $\sqrt{x^2+4x}+x+1$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition
3) Prouver que la droite d'équation y = 2x+ 3 est asymptote à la courbe de f
4) Calculer f '(x) et donner les variations de f