Corrigé équations avec des complexes

1) $iz+2(z-i)=0$ équivaut aux lignes suivantes :
$z(2+i)=2i$
$z=\dfrac{2i}{2+i}=\dfrac{2i(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\dfrac{2}{5}+\dfrac{4}{5}i$

2) $(z+2i)(2z-3+i)=0$ équivaut aux lignes suivantes :
z + 2i = 0 ou 2z – 3 + i = 0
z = $-2i$ ou z = $\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i$

3) $z^4-9=0$ équivaut aux lignes suivantes :
$(z^2-3)(z^2+3)=0$
$(z-\sqrt{3})(z+\sqrt{3})(z-i\sqrt{3})(z+i\sqrt{3})=0$
S = $\{\sqrt{3};-\sqrt{3};-i\sqrt{3};i\sqrt{3}\}$

4) $z^2-3z+4=0$
$\Delta=-7$ z = $\dfrac{3+i\sqrt{7}}{2}$ et z' = $\dfrac{3-i\sqrt{7}}{2}$

5) $z^3+1=0$ équivaut à : $(z+1)(z^2-z+1)=0$
résolvons $z^2-z+1=0$ $\Delta=-3$ donc z = $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et z' = $\dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$.
Donc S = $\left\{-1;\dfrac{1-i\sqrt{3}}{2};\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$

6) $z^4+z^2-6=0$. Posons Z = z² alors : Z² + Z – 6 = 0 . $\Delta=25$ donc Z = 2 ou Z' = - 3 .
On a : z = $\pm\sqrt{2}$ ou z = $\pm i\sqrt{3}$.
D'où S = $\{-\sqrt{2};\sqrt{2};-i\sqrt{3};i\sqrt{3}\}$

7) $z^3+2z^2+2z+1=0$ équivaut à : $(z+1)(z^2+z+1)=0$.
On résout z² + z + 1 = 0 $\Delta=-3$ d'où : z = $\dfrac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$.
On obtient : S = $\left\{-1;\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2};\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$

8) $z^4+6z^2+25=0$. Posons Z = z² , alors Z² + 6Z + 25 = 0 .
$\Delta=-64$ donc Z = $\dfrac{-6+8i}{2}=-3+4i$ et Z' = $-3-4i$.
Trouvons maintenant z = x + i y tel que z² = - 3 + 4 i .
On a : x² - y ² = - 3
x² + y² = 5
xy = 2
D'où : x² = 1 et y² = 4 donc z = 1 + 2i ou z = - 1 – 2i.
Trouvons maintenant z tel que z² = -3 – 4 i .
Par le même procédé : z = 1 – 2i ou z = - 1 + 2 i
S = $\{-1-2i;1-2i;1+2i;-1+2i\}$