Appartenance d’un point à un segment ou à un triangle

Condition pour qu’un point soit sur un segment

Propriété

Un point M est sur le segment [AB] si et seulement si $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ avec 0 < k < 1 .

Démonstration

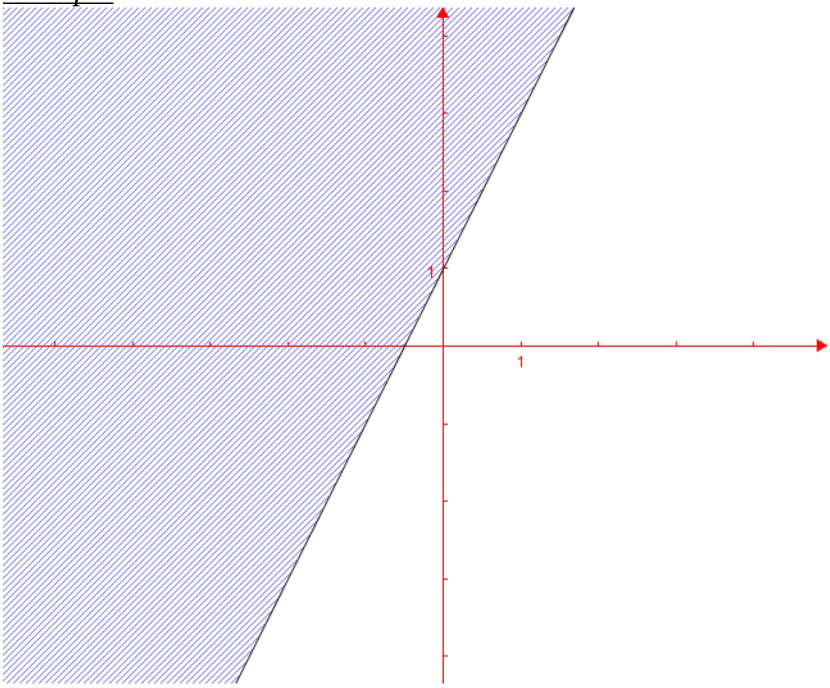
Elle est immédiate . M est sur le segment [AB] si les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont de même sens donc si k > 0 .

De plus , AM doit être plus petite que AB donc k < 1 .

Régionnement du plan

On a vu les années précédentes , que le plan peut être séparé en deux demi-plans par une droite (c’est ce qu’on appelle régionnement du plan)

Exemple



On a tracé la droite d’équation y = 2 x + 1

La partie du plan hachurée en bleu correspond au demi-plan caractérisé par y – 2x – 1 > 0

La partie du plan restée blanche est caractérisée par y – 2x – 1 < 0 .

Rappel : la droite est la frontière donc les inéquations de chaque demi-plan sont faites à partir de l’équation de la droite .

Pour savoir si on met le symbole < ou > , on teste avec l’origine par exemple

L’origine n’appartient pas au demi-plan hachuré et $0 - 2\times 0 - 1 = -1 < 0$ *donc le demi-plan blanc a pour inéquation y – 2x – 1 < 0 . et par déduction le demi-plan hachuré : y – 2x – 1 > 0*

Appartenance d'un point à un segment ou à un triangle

Condition pour qu'un point appartienne à un triangle

Propriété

Un point est dans le triangle ABC si et seulement si $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC}$ avec k > 0 , m > 0 et k + m < 1 .

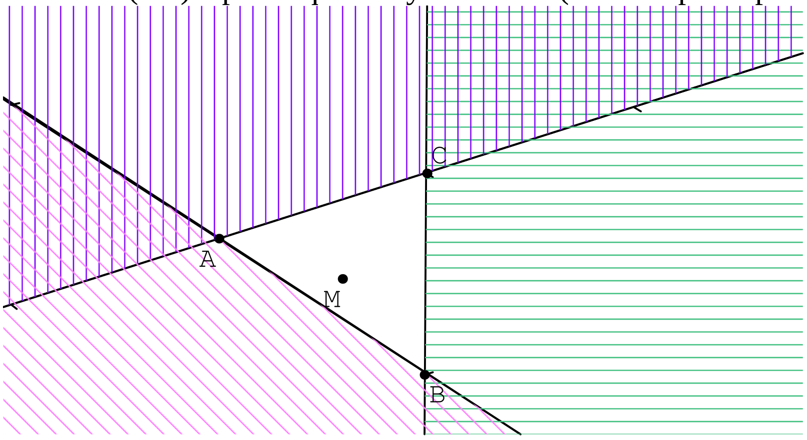
Démonstration

On considère le repère $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

Soit M(x ;y)

On va régionner le plan

La droite (BC) a pour équation y = - x + 1 (car elle passe par B(0 ;1) et C(1 ;0))



Le demi-plan d'inéquation x > 0 est le demi-plan non hachuré en rose

Le demi-plan d'inéquation y > 0 est le demi-plan non hachuré en bleu

Le demi plan d'inéquation x + y – 1 < 0 est le demi-plan non hachuré en vert

Le domaine du plan qui vérifie les trois inéquations précédentes est donc la partie restée blanche

C'est le triangle ABC

M(x ;y) a donc ses coordonnées qui vérifient x > 0 , y > 0 et x + y < 1

Mais on peut écrire $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$

On a bien montré la propriété