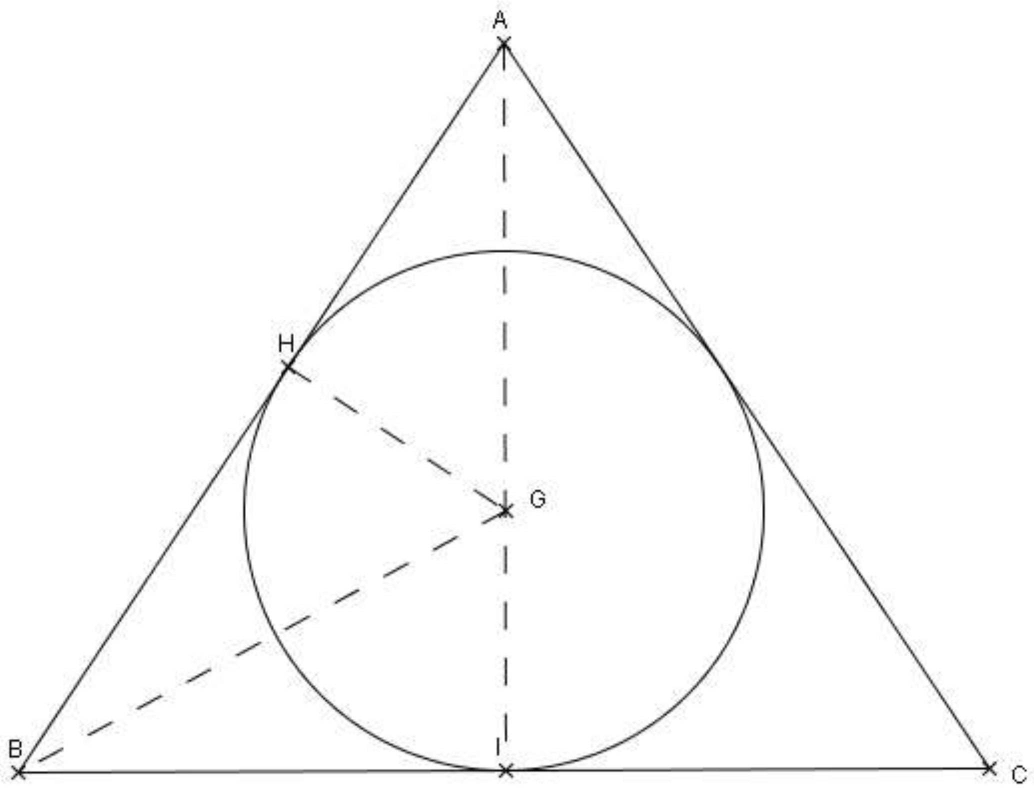
***<u>question ouverte « chocolatier »</u>***

Commençons par faire un schéma en coupe :




On note h la hauteur du cône ( ici c'est donc la longueur AI ) et on note R le rayon du disque à la base du cône ( ici c'est donc la longueur BI)

Puisque le cône doit être tangent à la cerise , AHG est rectangle en H , on peut donc utiliser les formules de trigonométrie

$$sin\widehat{HAG} = \frac{HG}{AG}$$

De plus , dans le triangle ABI :

$$sin\widehat{HAG} = \frac{BI}{AB}$$

On a donc :

$$\frac{HG}{AG} = \frac{BI}{AB} \Leftrightarrow \frac{1}{h-1} = \frac{R}{\sqrt{R^2+h^2}} \Leftrightarrow R^2 = \frac{h}{h-2}$$

On obtient donc pour volume du cône :

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \frac{h^2}{h-2}$$

Le volume est donc minimal si la fonction f est minimale avec f définie par :

$$f(h) = \frac{h^2}{h-2}$$

On travaille seulement pour x > 2 car un volume doit être positif

$$f'(h) = \frac{2h(h-2) - h^2}{(h-2)^2} = \frac{h^2 - 4h}{(h-2)^2} = \frac{h(h-4)}{(h-2)^2}$$

On a donc le tableau de variations suivant :

| h | 2 | | 4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f ’(h) | // | - | 0 | + | |
| f(h) | // | $\searrow$ | 8 | $\nearrow$ | |

La fonction f admet donc un minimum pour h = 4 et f(4) = 8 . Le volume minimal est donc obtenu avec un cône de hauteur 4 cm , de rayon de disque à la base R = $\sqrt{2}$ cm et le volume vaut environ 8 $cm^3$