Corrigé des indispensables en géométrie

$\overrightarrow{AB}(2;-8;-2)$ et $\overrightarrow{AC}(3;0;3)$. Soit $\vec{n}(a;b;c)$ un vecteur normal de (ABC) alors on a :

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ d'où : 2a – 8b – 2c = 0

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ d'où : 3a + 3c = 0

On a donc : $a-4b-c=0$ et $c=-a$ d'où : a = 2b et c = - a donc $\vec{n}(2;1;-2)$

Une équation cartésienne du plan (ABC) est donc : 2x + y – 2 z + d = 0

Or A est dans ce plan donc : - 2 + 2 – 2 + d = 0 et d = 2

(ABC) : 2x + y – 2 z + 2 = 0

2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ donc le triangle ABC est rectangle en A . $\overrightarrow{DA}(2;1;-2)$ et donc $\overrightarrow{DA}\equiv\vec{n}$. La droite (DA) est donc orthogonale au plan (ABC)

V = $\dfrac{1}{3}\dfrac{AB\times AC}{2}\times AD=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{6\sqrt{2}\times3\sqrt{2}}{2}\times3=18u.v$

3) a) Un vecteur normal du plan Q est $\vec{n}(1;1;-3)$. Or $\vec{i}\,(1,0,0)$ et $\vec{n}\cdot\vec{i}\;=1\neq0$ donc $\vec{n}$ n'est pas orthogonal à Q' et donc Q et Q' ne sont pas parallèles . Ils sont donc sécants

b) Soit $\vec{n}'(a;b;c)$ un vecteur normal de Q' alors a = 0 et c = 0 donc $\vec{n}'(0;1;0)$

donc Q' : y + d = 0 ; Or O est dans Q' donc 0 + d = 0 et Q' : y = 0

c) On a y = 0 et x - 3 z + 2 = 0 d'où : $\begin{cases} x=-2+3k \\ y=0 \\ z=k \end{cases}$ avec k réel

Un vecteur directeur de (D) est donc $\vec{u}(3;0;1)$ et un point de (D) : E(-2 ;0 ;0)

4) Par définition : S : $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$

5) a) $\overrightarrow{JK}(3;0;1)$ donc (JK) : $\begin{cases} x=-2+3k' \\ y=0 \\ z=k' \end{cases}$ avec k' réel

b) On remplace dans l'équation de S : $(-2+3k')^2+1+(k'+1)^2=4$

D'où : 10 k'² - 10 k' +2 = 0

5k'² - 5 k' + 1 = 0

$\Delta=25-20=5$ et donc k' = $\dfrac{5\pm\sqrt{5}}{10}$

Les deux points intersections sont donc F$\left(\dfrac{-5+3\sqrt{5}}{10};0;\dfrac{5+\sqrt{5}}{10}\right)$ et H$\left(\dfrac{-5-3\sqrt{5}}{10};0;\dfrac{5-\sqrt{5}}{10}\right)$