Corrigé probabilités conditionnelles

Exercice 1

On note T l'événement « c'est un trèfle » et R l'événement « c'est un roi »

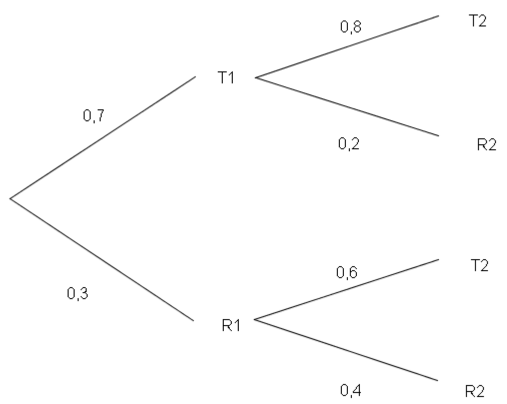
On demande $p_T(R)$. Par la formule : $p_T(R) = \dfrac{p(T \cap R)}{p(T)} = \dfrac{\frac{1}{32}}{\frac{8}{32}} = \dfrac{1}{8}$

Car $p(T \cap R)$ c'est la probabilité d'avoir à la fois une carte qui soit trèfle et roi, autrement dit la probabilité d'avoir le roi de trèfle

Et p(T) c'est la probabilité d'avoir un trèfle

Exercice 2

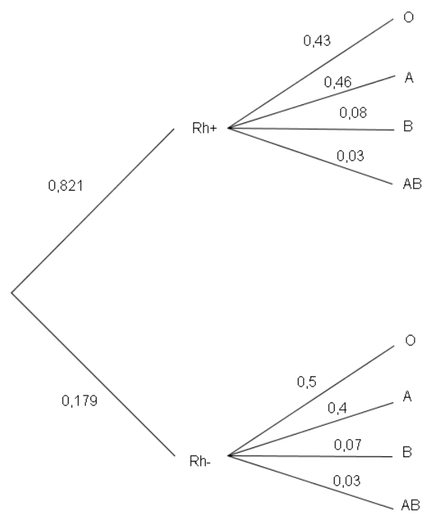
Commençons par faire un arbre, T désignant l'événement tir arrêté et R l'événement tir encaissé



1) $p(T_1 \cap T_2) = p_{T_1}(T_2) \times p(T_1) = 0{,}8 \times 0{,}7$
$= 0{,}56$
2) $p(R_1 \cap R_2) = p_{R_1}(R_2) \times p(R_1) =$
$0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}12$
3) $p(T_2) = p(T_1 \cap T_2) + p(R_1 \cap T_2)$
$= p_{T_1}(T_2) \times p(T_1) + p_{R_1}(T_2) \times p(R_1)$
$= 0{,}8 \times 0{,}7 + 0{,}6 \times 0{,}3 = 0{,}74$
4) $p_{T_2}(T_1) = \dfrac{p(T_1 \cap T_2)}{p(T_2)} = \dfrac{0{,}56}{0{,}74} = 0{,}76$

Exercice 3

1) Par la formule : $p_+(O) = \dfrac{p(Rh+ \cap O)}{p(Rh+)} = \dfrac{\frac{35}{100}}{\frac{35+38{,}1+6{,}2+2{,}8}{100}} = \dfrac{35}{82{,}1} = 0{,}43$
2) Pour compléter l'arbre, on calcule les probabilités des deuxièmes branches comme dans la question 1

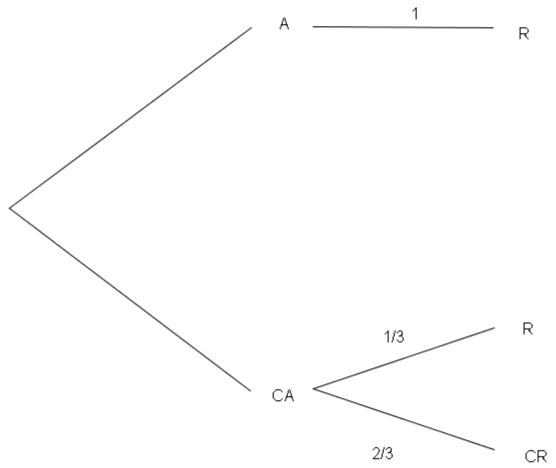


3) $p(O) = p(Rh+\cap O) + p(Rh-\cap O) = p_{+}(O)\times p(Rh+) + p_{-}(O)\times p(Rh-)$
$= 0{,}821\times 0{,}43 + 0{,}179\times 0{,}5 = 0{,}44$

4) $p_O(Rh+) = \dfrac{p(O\cap Rh+)}{p(O)} = \dfrac{0{,}43\times 0{,}821}{0{,}44} = 0{,}8$

Exercice 4

1) Commençons par faire un arbre de probabilités : pour des raisons logistiques CA correspond à $\overline{A}$ et CR correspond à $\overline{R}$.



Alors en utilisant la formule des probabilités totales, on a :

$$p(R) = p(A\cap R) + p(\overline{A}\cap R) = p_A(R)\times p(A) + p_{\overline{A}}(R)\times p(\overline{A}) = p(A) + \frac{1}{3}(1-p(A))$$

$$p(R) = \frac{2}{3}p(A) + \frac{1}{3}$$

2) Puisque le client a quatre chances sur cinq de tomber sur le répondeur, alors p(R) = $\dfrac{4}{5}$

d'où : $\dfrac{4}{5} = \dfrac{2}{3}p(A) + \dfrac{1}{3}$ et donc $p(A) = \dfrac{7}{10}$

3) On cherche : $p_R(\overline{A}) = \dfrac{p(R\cap\overline{A})}{p(R)} = \dfrac{p_{\overline{A}}(R)\times p(\overline{A})}{p(R)} = \dfrac{\frac{1}{3}\times(1-\frac{7}{10})}{\frac{4}{5}} = \dfrac{1}{8}$.