Exercices sur la division euclidienne

Exercice 1

Déterminer le reste des divisions euclidiennes dans les cas suivants :

1) 3217 par 19
2) 1273 par 17
3) 228 par 15
4) 75 par 12
5) 89 par 9

Exercice 2

On donne l'égalité : $842\ 270 = 3251 \times 259 + 261$

1) Donner le reste de la division euclidienne de 842 270 par 3251
2) Donner le reste de la division euclidienne de 842 270 par 259

Exercice 3

Déterminer en fonction de n le reste de la division euclidienne dans les cas suivants :

1) $2n^2 + n$ par $n + 1$
2) $n^2 + 2n + 3$ par $n + 2$
3) $3^n - 2$ par 3^{n-1}

Corrigé

Exercice 1

1) $3217 = 19 \times 169 + 6$
2) $1273 = 74 \times 17 + 15$
3) $228 = 15 \times 15 + 3$
4) $75 = 12 \times 6 + 3$
5) $89 = 9 \times 9 + 8$

Exercice 2

1) Le reste est 261 car il est plus petit que 3251
2) Cette fois ci , 261 est plus grand que le diviseur 259 , ce n'est donc pas le reste .
   Transformons l'égalité :
   $842\ 270 = 3251 \times 259 + 261 - 259 + 259 = 3252 \times 259 + 2$

Le reste est donc 2

Exercice 3

1) $2n^2 + n = (n+1)(2n) - n = (n+1)(2n-1) - n + n + 1 =$
$(n+1)(2n-1) + 1$

Donc le reste est 1 si 1 < n + 1 donc si n > 0 et pour n = 0 , alors le reste est 0 .

2) $n^2 + 2n + 3 = (n+2)(n) + 3$ donc le reste est 3 si 3 < n + 2 donc si n > 1 .

Cas n = 0 : le reste est 1 car 3 = 2 + 1

Cas n = 1 : le reste est 0 car $6 = 2 \times 3 + 0$

3) On a : $3^n - 2 = 3(3^{n-1}) - 2 = 2(3^{n-1}) + 3^{n-1} - 2$

Etudions le signe de $3^{n-1} - 2$: $3^{n-1} \geq 2 \Leftrightarrow n - 1 \geq 1 \Leftrightarrow n \geq 2$

Par contre , on a toujours : $3^{n-1} - 2 < 3^{n-1}$

Conclusion , si $n \geq 2$, alors le reste est $3^{n-1} - 2$

Si n = 1 , le reste est 0 car $3^1 - 2 = 1 = 1 \times 3^0 + 0$

Si n = 0 , on ne travaille plus avec les entiers donc ce cas n’est pas à étudier .