

Exercice 1

Deux candidats se présentent à une élection . En début de campagne , 25 % des électeurs déclarent vouloir voter pour le candidat A . Chaque semaine , un nouveau sondage est réalisé et 98 % des personnes s'étant déclarées favorables au candidat A la semaine précédente déclarent à nouveau une intention de vote pour celui-ci . Le candidat B conserve de semaine en semaine 96 % de ses intentions de vote . On considère que nul ne s'abstient .

- 1) Dessiner un graphe probabiliste représentant cette situation
- 2) Déterminer la matrice T de transition de sommet A et B classés par ordre alphabétique
- 3) On note $V_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice ligne donnant respectivement les probabilités de votes pour le candidat A et le candidat B la semaine n . Exprimer V_{n+1} . En déduire a_{n+1} et b_{n+1} en fonction de a_n et b_n .
- 4) On donne $V_1 = (0,25 \quad 0,75)$. Exprimer V_n en fonction de T et V_1
- 5) En déduire la répartition des votants au bout de 20 semaines ?

Exercice 2

Une personne retraitée possède trois lieux de résidence : une maison au bord de mer (M) , un appartement en ville (V) et un bungalow à la campagne (C) . Chaque mois , elle change de lieu . Quand elle est à la mer , la probabilité qu'elle choisisse la campagne pour le mois suivant est 0,3 . Quand elle est en ville , la probabilité qu'elle choisisse la campagne le mois suivant est 0,6 . Quand elle est à la campagne , la probabilité qu'elle choisisse la mer le mois suivant est égale à la probabilité qu'elle choisisse la ville .

Elle choisit au hasard le lieu qu'elle occupe le 1^{er} janvier 2012 (mois 1) . On note m_n , c_n , v_n les probabilités respectives d'être à la mer , à la campagne ou à la ville le mois n .

- 1) Dessiner le graphe probabiliste répondant à cette situation
- 2) Déterminer la matrice de transition T (sommets dans l'ordre alphabétique)
- 3) On note $L_n = (c_n \quad m_n \quad v_n)$. Exprimer L_{n+1} en fonction de L_n
- 4) En déduire c_{n+1} , m_{n+1} et v_{n+1} en fonction de c_n , m_n et v_n
- 5) Exprimer L_n en fonction de L_1
- 6) Quelle est la probabilité que cette personne se trouve à la mer en juillet 2014 ?

Exercice 3

Pour optimiser ses révisions , un élève de terminale décide de grignoter tous les quarts d'heure . Il a le choix entre des morceaux de pommes (P) , des carrés de chocolat (C) ou des raisins secs (R) .

La matrice de transition donnant les probabilités de ses choix est donnée par

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 1/2 \\ 3/4 & 2/3 & 0 \end{pmatrix}$$

(les sommets étant classés par ordre alphabétique)

- 1) Donner le graphe probabiliste correspondant à cette matrice
- 2) Quelle est la probabilité que cet élève choisisse des raisins secs s'il a pris des pommes la fois précédente ?
- 3) . On note p_n , c_n , r_n les probabilités respectives de grignoter des pommes , du chocolat ou des raisons secs la nième fois . Exprimer c_{n+1} , p_{n+1} et r_{n+1} en fonction de c_n , p_n et r_n

Exercice 4

Dans un jeu vidéo , une cible change de positions (1 , 2 ou 3) toutes les deux secondes .
la matrice de transition donnant les probabilités de ces déplacements est la suivante :

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,6 & 0,4 & 0 \end{pmatrix}$$

Au début du jeu , la cible est en 3 .

- 1) Dessiner le graphe probabiliste correspondant à cette situation
- 2) On note u_n , v_n et w_n les probabilités respectives d'être dans la position 1 , 2 ou 3 .
Exprimer u_{n+1} , v_{n+1} et w_{n+1} en fonction de u_n , v_n et w_n
- 3) On note $L_n = (u_n \quad v_n \quad w_n)$. Exprimer L_n en fonction de L_1 et T .
- 4) En déduire la probabilité que la cible soit en position 1 au bout de 2 minutes .