

Dans cette fiche , je vais essayer de reformuler les questions les plus souvent posées en exercices de spécialité arithmétique et de vous donner les méthodes qui s'appliquent alors

● Montrer que A est divisible par p

Il faut réussir à montrer que A est un multiple de p c'est-à-dire $A = kp$

Le plus simple , penser à utiliser les congruences pour montrer que $A \equiv 0[p]$

● Montrer qu'un nombre est divisible par un autre

On utilise la calculatrice !

● Déterminer le reste de A dans la division euclidienne par n

On cherche r tel que $A = qn + r$ avec r positif et plus petit que n .

On utilise les congruences modulo n

● Montrer que n est pair (ou impair)

Pour pair , il faut montrer que n s'écrit $2p$; pour impair , il faut montrer que n s'écrit $2p + 1$

On peut utiliser les congruences modulo 2 : si le reste est 0 , le nombre est pair ; si le reste est 1 , le nombre est impair

● Déterminer le reste des puissances de 7 dans la division euclidienne par n

On veut que vous donniez une ou plusieurs formules générales du style : le reste de 7^k est ... dans la division euclidienne par n

On travaille avec les congruences modulo n ; on commence par écrire les premières puissances : $7, 7^2, \dots$ et on calcule modulo n ce qu'elles valent . Dès qu'on a trouvé 1 , on arrête . Puis on généralise . Si c'est 7^5 qui a 1 pour reste alors , on donne les restes de $7^{5k} ; 7^{5k+1} ; 7^{5k+2} ; 7^{5k+3} ; 7^{5k+4}$

● Déterminer les valeurs possibles de $f(x)$ modulo 5

On attend une table de congruence où x prendra les valeurs de 0 à 4 et on calcule ce que vaut $f(x)$ pour chaque x ; on n'oublie pas de simplifier modulo 5 .

● Montrer que deux expressions ont même reste dans une division euclidienne par n .

On attend que vous calculiez modulo n les deux expressions et que vous trouviez le même résultat

● Résoudre une équation , par exemple $5x \equiv 7[8]$

On veut que vous donniez tous les x qui multipliés par 5 sont congrus à 7 modulo 8

On travaille avec une table de congruence modulo 8 ; on écrit les x de 0 à 7 ; dans la deuxième ligne on calcule $5x$ et on regarde quand le résultat donne 7 . S'il n'y en a pas , c'est que l'équation n'a pas de solution

● La phrase est-elle vraie ou fausse ? Justifier

On attend un vrai ou faux comme réponse

Si vous « sentez » que c'est faux , donnez un contre exemple

Si vous « sentez » que c'est vrai , démontrez le (souvent avec les congruences)

● Montrer qu'un polynôme $P(x)$ est divisible par un autre $Q(x)$

Il suffit de trouver un réel ou un polynôme $K(x)$ tel que $P(x) = K(x) Q(x)$

Pour cela , soit en bricolant en vous servant de votre instinct , soit avec les identifications , soit avec la division des polynômes .