1 Divisibilité

Exercice 1

1. *Déterminer tous les diviseurs entiers naturels de 21*
2. *Déterminer le nombre de multiples de 17 compris entre 2000 et 3000 .*
3. *Déterminer les entiers naturels n tels que 11 divise $n + 5$*
4. *Déterminer les entiers naturels n tels que $n + 5$ divise 11*

Exercice 2

1. *Démontrer que la somme de deux entiers de même parité est paire*
2. *Démontrer que la somme de deux entiers impairs consécutifs est un multiple de 4*

> **Astuce**
>
> Fiche méthode !

Exercice 3

1. *Déterminer les entiers naturels n tels que $n-4$ divise $n+7$: $n-4$ divise $n-4$ et $n+7$ donc $n-4$ divise $n+7-(n+4)$ donc*
2. *Déterminer les entiers naturels n tels que $2n - 5$ divise $n + 3$:*
3. *Déterminer les entiers naturels n tels que $n - 3$ divise $2n + 12$*
4. *Déterminer les entiers naturels n tels que $3n + 7$ divise $5n + 15$*

Exercice 4

1. *Déterminer les couples (x;y) d'entiers naturels tels que $(x - 3)(y + 5) = 6$*
2. *Déterminer les couples (x;y) d'entiers naturels tels que $x^2 = y^2 + 13$.*

2 Division euclidienne

Exercice 5

1. *Ecrire la division euclidienne de 363 par 10 :*
2. *En déduire la division euclidienne de 363 par 8 :*
3. *En déduire la division euclidienne de -363 par 10 :*
4. *On sait que dans la division euclidienne de l'entier naturel a par 225 , le reste est égal à 136 . Quel est le reste de la division euclidienne de a par 75 ?*

> **Astuce**
>
> Fiche méthode !

Exercice 6
Soit n un entier naturel . Déterminer selon les valeurs de n le reste de la division euclidienne de $4n + 27$ par $n + 5$

Exercice 7
Soit n un entier naturel . Déterminer selon les valeurs de n le reste de la division euclidienne de $9n + 17$ par $2n + 3$

3 Congruences

Exercice 8
Pour chaque valeur de a , déterminer un entier b tel que $a \equiv b \ [11]$ avec $0 \leq b < 11$

$a = 37$:

$a = 5002$:

$a = 186$:

$a = -7$:

$a = -12$:

Exercice 9

Déterminer le reste de 7^2 dans la division euclidienne par 5 :

Déterminer le reste de 7^4 dans la division euclidienne par 5 :

Déterminer le reste de 7^{408} dans la division euclidienne par 5 :

Déterminer le reste de 7^{4k} dans la division euclidienne par 5 , puis celui de 7^{4k+1} , de 7^{4k+2} et 7^{4k+3} pour k entier relatif :

Astuce

Fiche méthode !

Exercice 10
Déterminer les différents restes possibles de la division euclidienne de 3^n par 8 .

Exercice 11

Déterminer le reste de $421^{120} \times 99^{15}$ dans la division euclidienne par 7 .

Déterminer le reste de la division euclidienne de 2012^{2011} par 5 .

Exercice 12

Montrer que $16^{31} - 2^{31}$ est divisible par 14 .

Montrer que $13^{20} + 9^{20}$ est divisible par 11 .

Montrer que $5^{10}+1$ *est divisible par 13.*

Exercice 13

Déterminer les entiers naturels n tels que n^2-3n+6 *soit divisible par 5 . Pour cela , compléter la table de congruence modulo .... ci-dessous :*

n	0	1	2	3	4
n^2-3n+6	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Exercice 14

Montrer que pour tout entier naturel n , $n(n+5)(n+7)$ *est un multiple de 3 .*

Exercice 15

Résoudre dans $\mathbb{Z}$ *l'équation suivante :* $4x \equiv 6\ [7]$.

Résoudre dans $\mathbb{Z}$ *l'équation suivante :* $5x+25 \equiv 56\ [7]$.

Résoudre dans $\mathbb{Z}$ *l'équation suivante :* $7x \equiv 3\ [10]$.

Résoudre dans $\mathbb{Z}$ *l'équation suivante :* $2x \equiv 5\ [6]$.

Exercice 16

Déterminer le chiffre des unités de 11^{1000} *; pour avoir uniquement le chiffre des unités d'un nombre , on doit travailler modulo*

Déterminer le chiffre des unités de 2^{63} *:*